Løsninger til udvalgte opgaver:

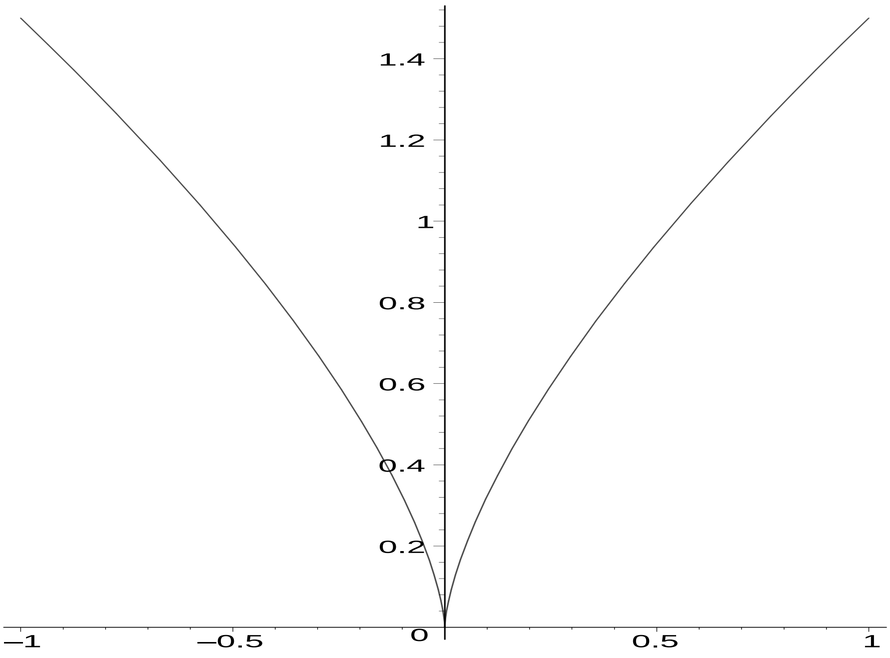
2 Lad $\mathbf{r}(t) = \overrightarrow{CP_t}$ være parameterfremstilling til den kurve, punktet beskriver på kuglefladen med radius R om Origo. Så gælder:
$|\mathbf{r}(t)| = R$ eller $\mathbf{r}(t) \cdot \mathbf{r}(t) = R^2$ for alle $t \in I$. Differentieres hele ligningen mht. t (produktregel!) fås: $2(\mathbf{r}(t) \cdot \mathbf{r}'(t)) = 0$ for alle $t \in I$. Hastighedsvektoren $\mathbf{r}'(t)$ er altså vinkelret på stedvektoren $\mathbf{r}(t)$ og dermed tangent til kuglefladen.

4 og 5 I begge tilfælde ses, at $\mathbf{r}'(t) = \mathbf{0} \Leftrightarrow t = 0$. Beregnes $\frac{\mathbf{r}(t)-\mathbf{r}(0)}{|\mathbf{r}(t)-\mathbf{r}(0)|}$, kan man i opg. 4 sætte t^2 udenfor en parentes i både tæller og nævner, mens det i opg. 5 bliver henv. t^3 og $|t^3|$. I opg.4 er der tale om en spidsdstangent i $P_0 : [0,0]$ ($\mathbf{t}_- = \mathbf{t}_+ = [0,1]$), i opg. 5 har kurven en tangent i $P_0 : [0,0]$ med $\mathbf{t} = \frac{\sqrt{5}}{5}[1,2]$.

4b $\mathbf{r}'(t) = [3t^2, 3t] = 3t[t,1], \quad v(t) = 3|t|\sqrt{t^2+1}.$

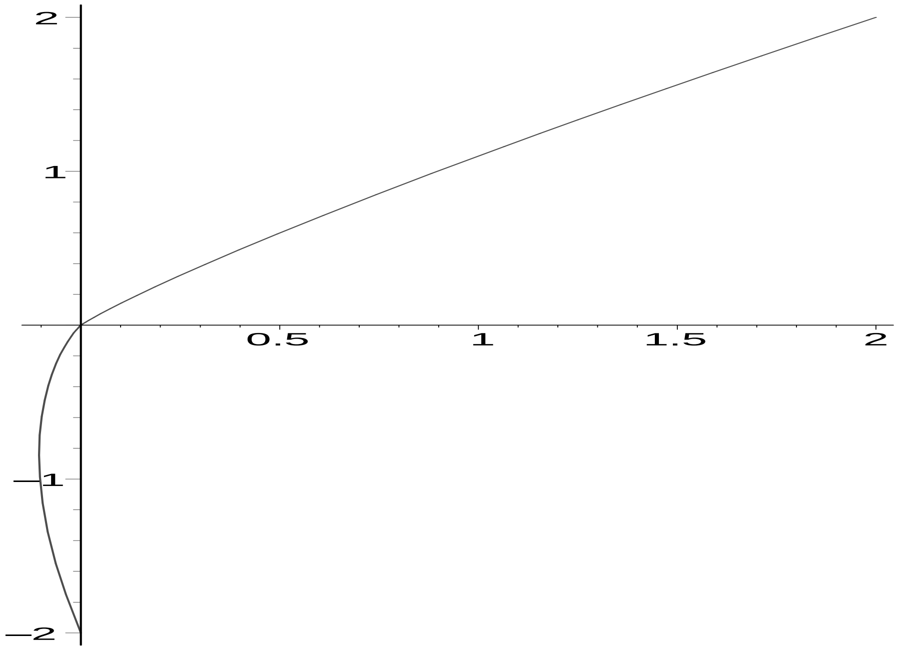
4c $l = \int_{-1}^{1} v(t)dt = \int_{-1}^{0} -3t\sqrt{t^2+1}dt + \int_0^1 3t\sqrt{t^2+1}dt =$
$[-(t^2+1)^{\frac{3}{2}}]_{-1}^{0} + [(t^2+1)^{\frac{3}{2}}]_0^1 = 2(\sqrt{8}-1) = 4\sqrt{2}-2 \sim 3.66.$

```
> plot([t^3,3*t^2/2,t=-1..1]);
```



Fredrik Bajersvej 7G | 9940 8855 | raussen@math.aau.dk
9220 Aalborg Øst | http://www.math.aau.dk/~raussen

```
> plot([t^3+t^4,2*t^3,t=-1..1],scaling=constrained);
```



Med venlig hilsen

Martin Raussen

Fredrik Bajersvej 7G
9220 Aalborg Øst
9940 8855
raussen@math.aau.dk
http://www.math.aau.dk/~raussen