3. lektion

Torsdag, den 13.9. 2007, kl. 12:30 – 16:15.

Repetition og Perspektivering:

Hold 1: Auditorium 1. Hold 2: A314.
kl. 12:30 – 12:55.
Taylorapproximation. Restled og fejlvurdering.

Opgaveregning:

kl. 13:00 – 14:50 i grupperummene.

Opgaver:

E&P, 10.4, p. 754 True/False opgave

- 2-4, hvis I ikke nåede dem sidste gang.

E&P, 10.4, p. 755 – 757 Taylorpolynomier og restled ud fra $a = 0$

- 1,5,7,8,9.

Taylorpolynomier og restled ud fra andre punkter

- 13,15,17,19.

Numerisk bestemmelse af tallet π: en projektopgave for de ambitiøse!

1. Appendix C, p. A-18, opg. 28 (kan evt. i første omgang tages til efterretning)
2. 10.4., opg. 52 (ligning (28) står på p. 754).
3. Bestem Taylorpolynomiet $P_3(x)$ med restled $R_3(x)$ ud fra $a = 0$ for funktionen $f(x) = \tan^{-1}(x)$ – en fortsættelse af opgave 10.4.8.
4. Benyt de tilnærmede værdier $P_3(\frac{1}{5})$ og $P_3(\frac{1}{239})$ til at opnå en tilnærmet værdi for π.
5. Vurder restleddene $R_3(\frac{1}{5})$ og $R_3(\frac{1}{239})$ og bestem derudfra en maksimal fejl på værdien for π.

Forelæsning

Hold 1: Auditorium 1. Hold 2: A314.
kl. 14:55 – 16:15.

Mål og indhold:

De næste to gange beskæftiger vi os med *vektor*funktioner af en variabel, og de skal bruges til beskrivelse og analyse af *bevægelser* i plan og rum og de herved beskrevne *kurver*. Ideen er, at man til hver tidspunkt t i definitionsintervallet knytter en foranderlig *vektor* $\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} =< x(t), y(t), z(t) >$[1], som peger på punktet P_t givet ved $\overrightarrow{OP_t} = \mathbf{r}(t)$.[2] Vektorene $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ står for de tre standardenhedsvektorer i rummet;

[1] Lærebogen bruger parenteser <> i notationen for vektorer; vi vil som oftest bare bruge notationen med runde parenteser () som I kender til

[2] Ved bevægelser i planen bruger man kun to koordinatfunktioner $x(t), y(t)$ og standardenhedsvektorene $\mathbf{i}, \mathbf{j}$.

$x(t), y(t), z(t)$ kaldes for vektorfunktionens *koordinatfunktioner*. Man siger at $\mathbf{r}(t)$ er en parameterfremstilling for kurven bestående af alle punkter P_t.

Det er nemt at forholde sig til differentiation af vektorfunktioner: Man differentierer bare hver koordinatfunktion for sig – hvis altså koordinatfunktionerne er differentiable. Derfor er det heller ikke ret forbavsende, at de sædvanlige regler for differentiation af summer og produkter af funktioner kan overføres til vektorfunktioner; se Theorem 2 på s. 854. Bemærk at produktreglen også gælder for prikprodukter og krydsprodukter!

Hvilken geometrisk/mekanisk betydning har de afledede så? Den afledede $\mathbf{v}(t) = \mathbf{r}'(t)$ af vektorfunktionen $\mathbf{r}(t)$ står for hastigheds*vektoren* i punktet P_t. Dens *længde* $v(t) = |\mathbf{v}(t)|$ er den momentane *fart*; dens *retning* er tangent til kurven givet ved $\mathbf{r}(t)$ i punktet P_t – med mindre $\mathbf{v}(t) = \mathbf{0}$. Den dobbelte afledede $\mathbf{a}(t) = \mathbf{v}'(t) = \mathbf{r}''(t)$ står for *accelerations*vektoren, hvis længde $a(t) = |\mathbf{a}(t)|$ er den momentane acceleration. Den er som regel *ikke* lig med den afledede af farten $v(t)$ – mere om dette næste gang!

Også *integration* af vektorfunktioner foregår koordinatvis. Det tillader at bestemme vektorfunktionen $\mathbf{r}(t)$ for en bevægelse hvis bare man kender til parameterfremstillingens accelerationsfunktion $\mathbf{a}(t)$ samt til begyndelsesvektor $\mathbf{r}(t_0)$ og begyndelseshastighed $\mathbf{v}(t_0)$.

Litteratur:

Edwards & Penney, Sect. 11.5, pp. 851 – 861.

Software:

I det geometriske laboratorium kan man finde og afprøve illustrationer for parameterfremstillinger af plane og rumlige kurver, hastighedsvektorer, fart, accelerationsvektorer mv. Det kræver dog at man har Java2 installeret i sin browser.

Næste gang:

Mandag, den 17.9., kl. 8:15 – 12:00.
Krumning og acceleration (E& P, 11.6, pp. 865 – 869).
Introduktion til funktioner af flere variable (E& P, 12.1-12.2, pp. 899-902).