7. lektion

Hold 1: Torsdag, den 4.10.2007, kl. 12:30 – 16:15.
Hold 2: Torsdag, den 27.9.2007, kl. 12:30 – 16:15

Repetition og Perspektivering:

Hold 1: Auditorium 1. Hold 2: A309.
kl. 12:30 – 12:55.
Partiel Differentiation. Tangentplaner til eksplicit given flade.

Opgaveregning:

kl. 13:00 – 14:50 i grupperummene.

Opgaver:

E&P, p. 927 – 928 True/False opgaver

- 1 – 10.

E&P, 12.4, pp. 928 – 931 Beregning af partielle afledede

- 7,9,15,25.

Bestemmelse af tangentplaner

- 32,39.

Eksistens af funktion med givne partielle afledede

- 41,42.

Løsninger til partielle differentialligninger

- 55,57.

Forelæsning

Hold 1: Auditorium 1. Hold 2: A309.
kl. 14:55 – 16:15.

Mål og indhold:

At optimere betyder at finde det sted hvor en funktion antager en størst eller mindst mulig værdi (og også denne værdi). Det er selvsagt vigtigt at kunne finde disse optimale steder inden for alle livets områder hvor der skal designes, herunder også i økonomien. Hvis den funktion man ønsker at optimere er en funktion af flere variable på et afgrænset område i plan eller rum[1] med partilelle afledede i det indre af området, så følger man normalt følgende opskrift på vej til et optimum/ekstremum:

Først finder man de kritiske punkter for funktionen, dvs. de punkter (a, b) i det indre at definitionsmængden (alt undtagen randkurven), hvor alle partielle afledede forsvinder:

$$f_x(a, b) = f_y(a, b) = 0. \tag{1}$$

Bemærk, at ligningerne minder om betingelsen $g'(x_0) = 0$ for et punkt i hvilket grafen for funktionen g af en variabel har en vandret tangentlinie. Betingelsen (1) sikrer, at grafen til funktionen f har en vandret tangentplan i punktet $(a, b, f(a, b))$ – og det er oplagt en nødvendig betingelse for et (lokalt) ekstremum i det indre af definitionsmængden.

[1] Ellers kan funktionen gå mod $\pm\infty$ og så findes der intet maksimum/minimum

For at beregne de kritiske punkter skal man løse ligningssystemet (1) i de to ubekendte a, b; det er nemt, hvis systemet er lineært, måske kompliceret ellers. Kritiske punkter er kandidater til ekstrema; i disse punkter vil funktionen for det meste enten antage et lokalt ekstremum eller også er punktet et sadelpunkt – minimal værdi i en retning, maksimal i en anden.

Andre kandidater kan optræde på randen af definitionsmængden; tilsvarende kan en funktion af en variabel antage maksimum og/eller minimum på randen af definitionsintervallet. Man bliver derfor nødt til særskilt at undersøge funktionen på randen af definitionsmængden, som forhåbentlig har formen af en pæn kurve. Nu undersøges den oprindelige funktions restriktion til denne kurve. På kurven – samme tider skal man opdele den i flere dele – kan funktionen parametriseres som funktion af en variabel, og man finder (lokale) maksima/minima med "gymnasiemetoder" – husk at se på kritiske punkter og randpunkter.

Man ender med en (forhåbentlig endelig) liste af kandidater: de kritiske punkter i det indre og på randen af definitionsmængden. Nu beregnes funktionsværdier i alle disse punkter og sammenlignes. Den største af disse værdier er det absolute maksimum og den mindste det absolute minium.

Litteratur:

Edwards & Penney, Sect. 12.5, pp. 931 – 938.

Software:

Man kan prøve at løse ligningssystemet 1 i MAPLE med kommandoen `solve` efter højreklik.

Næste gang:

Hold 1: Tirsdag, den 9.10., kl. 8:15 – 12:00.
Hold 2: Torsdag, den 4.10., kl. 8:15 – 12:00.
Polære, cylindriske og sfæriske koordinater. E& P, 9.2, pp. 665 – 670 og 11.8, pp. 887 – 892.