

14. lektion

Tirsdag, den 6.11.2007, kl. 12:30 – 16:15.

Repetition og Perspektivering:

Hold 1: Auditorium 1. Hold 2: A315.

kl. 12:30 – 12:55.

Introduktion til integration for funktioner af flere variable.

Opgaveregning:

kl. 13:00 – 14:50 i grupperummene.

Opgaver:

E&P, 13.1, pp. 1004 – 1005 Riemann-sum

- 3,7.

Dobbeltintegraler

- 15,19,23,31.

Egenskaber af dobbeltintegraler

- 39.

E&P, p. 1003 True/false 1 – 9.

Forelæsning

Hold 1: Auditorium 1. Hold 2: A315.

kl. 14:55 – 16:15..

Mål og indhold:

Hvordan beregner man rumfanget af en figur over et område i planen som ikke er en rektangel? I definitionen af integralet approksimeres området ved søjler over (små) rektangler, både indefra og udefra. I sidste ende konvergerer Riemann-summerne mod det samme tal, Riemann-integralet.

I praksis gennemfører man integration med **variable grænser**. Man beskriver integrationsområdet R (eller dele heraf) som et område der ligger mellem graferne af to funktioner $y_1(x)$ og $y_2(x)$ for $a \leq x \leq b$; R kaldes i dette tilfælde **vertikalt simpelt**. I så fald gælder:

$$\int \int_R f(x, y) dA = \int_a^b \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} f(x, y) dy dx.$$

Man beregner altså først en stamfunktion for f mht. y og indsætter de **variable grænser** $y_1(x)$, $y_2(x)$. Resultatet er en funktion af den ene variable x , som integreres mellem grænserne a og b .

Hvis integrationsområdet R er **horizontalt simpelt**, dvs., hvis det ligger mellem graferne af to funktioner $x_1(y)$ og $x_2(y)$ så integrerer man først mht. x og så mht. y . Hvis integrationsområdet er mere kompliceret, kan man forsøge at skære det op i simple områder og at integrere over hvert eneste af dem.

Også **arealet** af et område R kan bestemmes ved planintegraler: Man integrerer bare den konstante funktion $f(x, y) = 1$ over R .

Litteratur:

Edwards & Penney, E& P, section 13.2 – 13.3: *Double integrals. Area and Volume*, pp. 1008 – 1017.

Næste gang:

Torsdag, den 7.11., kl. 12:30 - 16:15.

Planintegraler i polære koordinater.

E& P, section 13.4, p. 1020 – 1026.