17. lektion

Torsdag, den 22.11.2007, kl. 12:30 – 16:15

Introduktion til eksamensopgaverne E2 og E3

kl. 12:30 – 12:55.
Hold 1: Auditorium 1. Hold 2: A314.

Mål og indhold:

I dagens løb arbejder vi med to opgaver som vil indgå i det mundtlige eksamen i januar 2008. Her trækker man en af 4 opgaver (en E-opgave som kobles med et teorispørgsmål) og forventes så at fremlægge udvalgte væsentlige dele af besvarelsen. E-opgave 2 og 3 tager ligeledes udgangspunkt i operahuset i Sydney tegnet af Jørgen Utzon.

E-opgave 2 handler om bestemmelse af det højeste punkt i byningsdel *B*.[1][2] Opgaven er en typisk optimeringsopgave, hvor man først beskriver definitionsområdets grænser. Herefter bestemmer man (ved partiel differentiation) de kritiske punkter i områdets indre. Så bestemmer man ekstrema (maxima/minima) på områdets rand og sammenligner funktionsværdier. Bemærk at det(!) kritiske punkt svarer til det i E-opgave 1 fundne punkt, hvor skråplan og kuglens tangentplan er parallele. Hvorfor mon?

I E-opgave 3 bestemmer vi (et integraludtryk for[3]) rumfanget af bygningsdel. Ønsker man et bestemt rumfang, så kan man herefter vælge konstanterne *R* og *S* passende. Som i en typisk integrationsopgave[4] ligger vanskeligheden i beskrivelsen af integrationsområdet. I vores tilfælde skæres en sektor i planen (mellem to rette linier) med en cirkel – dennes centrum stemmer dog *ikke* overens med liniers snitpunkt i Origo. I skal beskrive definitionsområdet og integranden i både *XY*-koordinater og i plane koordinater. I det første tilfælde er det vigtigt at bestemme de to snitpunkter af sektoren med cirklen.

Litteratur:

Introduktion og foto Making designs a reality

Mathematical Tour through the Sydney Opera House Joe Hammer, *The Mathematical Intelligencer*, Fall 2004.
I har adgang til artiklen på følgende måde fra universitetets netværk: Gå ind på AUBs hjemmeside. Søg i Auboline på `Mathematical Intelligencer`. Klik på linket der kommer frem. Søg videre på 2004 og på Fall 2004. Her er det artikel nr. 11. I artiklen er der et foto der illustrerer bygningsdele af forskellig størrelse

[1] Når bygningen bliver lagt "på plads" i Sydneys havn, så beregner vi i realiteten det sted hvor den er bredest; i opgaven er bredden dog lagt på *Z*-aksen, så det bedre passer i den ramme vi har bekæftiget os med.

[2] De to størrelser *R* og *S* i beskrivelsen af bygningsdelen skal i begge opgaver anses som konstanter.

[3] Det er ikke så ligetil at beregne integralet. MAPLE måtte i hvert fald give op. I realiteten skal man sandsynligvis ty til approksimative numeriske integrationsmetoder

[4] Delopgave 1 er kun en formuleringsøvelse, uden egentlig beregning

skåret ud af den samme kugle.

Wikipedia Sydney Opera House

Bøger
- Francoise Fromonot, *Jørn Utzon, The Sydney Opera House*, Electa/Gingko, 1998.
- Philip Drew, *Sydney Opera House, Jørn Utzon*, Phaidon, 1995.
- M.J. Holm and K. Kjeldsen and M. Marcus, eds., *Jørn Utzon. The Architect's Universe*, Louisiana Museum of Modern Arts, 2004.

Arbejde med eksamensopgaverne i grupperne:

kl. 13:00 – 15:40 i grupperummene.
Spørg lærer eller hjælpelærer til råds. Tag noter som grundlag for en disposition til eksamen.

Afrunding. Spørgsmål. Vink.

kl. 15:45 – 16:15.
Hold 1: Auditorium 1. Hold 2: A314.

Næste gang:

Mandag, den 26.11., kl. 8:15 – 12:00.
Rumintegraler i XYZ-koordinater, cylindriske koordinater og sfæriske koordinater.
E&P, 13.6 – 13.7, pp. 1041 – 1053.

Facit til udvalgte dele:

E2,2 $C : (\frac{\sqrt{6}S}{3}, 0); h(C) = R - \frac{\sqrt{3}S}{3}$.

E2,3 $C_{\pm} : (\frac{\sqrt{6}S}{4}, \pm\frac{\sqrt{2}S}{4}); h(C_{\pm}) = -\frac{\sqrt{3}S}{3} + \frac{\sqrt{36R^2-6S^2}}{6}$. $h(0,0) = -\frac{\sqrt{3}S}{3} + \frac{\sqrt{9R^2-6S^2}}{3}$.

E2,4 $(x_0, y_0) = (\frac{\sqrt{6}S}{3}, 0), H = h(C)$.

E3,2 $\int_{x=0}^{\frac{1}{4}(\sqrt{6}S+\sqrt{12R^2-6S^2})} \int_{y=-\frac{\sqrt{3}}{3}}^{\frac{\sqrt{3}}{3}} h(x,y)dydx + \int_{x=\frac{1}{4}(\sqrt{6}S+\sqrt{12R^2-6S^2})}^{\frac{1}{3}(\sqrt{6}S+\sqrt{9R^2-3S^2})} \int_{y=-\frac{1}{3}\sqrt{9R^2-6S^2-9x^2+6\sqrt{6}Sx}}^{\frac{1}{3}\sqrt{9R^2-6S^2-9x^2+6\sqrt{6}Sx}} h(x,y)dydx$

E3,4 $\int_{\theta=-\frac{\pi}{6}}^{\theta=\frac{\pi}{6}} \int_{r=0}^{\frac{1}{3}(\sqrt{6}S\cos\theta+\sqrt{9R^2-3S^2-6S^2\sin^2\theta})} (-\frac{\sqrt{3}}{3}S + \frac{1}{3}\sqrt{9R^2-6S^2-9r^2+6\sqrt{6}Sr\cos\theta})rdrd\theta$