

Repetition og perspektivering

kl. 12:30 – 13:00 i Auditorium 3.
Spænd af et antal vektorer.
Lineært uafhængige vektorer:
definition og afgørelsesmetode.

Forelæsnings 1. del

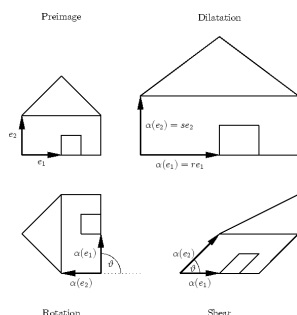
kl. 13:05 – 13:40 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

Vi kommer til en ny anvendelse for matrixer: som beskrivelse for **lineære afbildninger**.

En afbildning $T : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ (f.eks. en projektion fra rummet ind i planen, f.eks. en opstalt) lader til enhver vektor $\mathbf{x}$ i **definitionsområdet**¹ $\mathbf{R}^n$ svare en vektor $T(\mathbf{x})$ i **dispositionsmængden**² $\mathbf{R}^m$ – den "spiser" n -vektorer og "afleverer" m -vektorer. Sådan en afbildning³ kaldes **lineær**, hvis den **respekterer linearkombinationer**, se definitionen og egenskaber på lærebogens s. 171. Nogle vigtige egenskaber: En lineær afbildning

- overfører rette linier i rette linier
- bevarer proportioner langs med en ret linie



¹eng.: domain

²eng.: codomain

³eng.: transformation, map

Vi verificerer at afbildningen $T : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$, som er givet ved multiplikation med en $m \times n$ -matrix A , altså $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$, er lineær.

Opgaveregning:

kl. 13:45 – 15:35 i grupperummene.

Opgaver:

SIF 1.7, pp. 84 – 86 5, 17, 23, 41, 63 – 84.

SIF 2.7, pp. 175 – 179 1, 3, 7, 9, 21.

2. forelæsning

kl. 15:40 – 16:15 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

Standardmatricen for en lineær afbildning: Faktisk kan man beskrive enhver lineær afbildning $T : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ som en matrixafbildning $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$, hvor A er en $(m \times n)$ -matrix, som kaldes **standardmatricen** (eller matrix præsentationen) for den lineære afbildning T .

Her er **opskriften** til hvordan man finder A : Man tager **standard enhedsvektorene** $\mathbf{e}_i$: et 1-tal i position i , 0-taller på alle andre positioner. Så bestemmer man deres billeder $T(\mathbf{e}_i)$ under den lineære afbildning T . Disse vektorer $T(\mathbf{e}_i)$ indsættes nu efter tur som søjler i standardmatricen A . På formelsprog:

$$A = [T(\mathbf{e}_1), \dots, T(\mathbf{e}_n)].$$

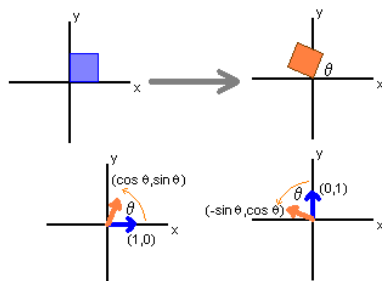
Konsekvens: En lineær afbildning kan beskrives ekstremt økonomisk: Man behøver

kun at kende de nm talkoefficienter i af- **Litteratur:**
bildningens standardmatrix!

Geometriske eksempler for lineære afbild- **SIF** ch. 2.7, pp. 167 – 175.
ninger:

Mange geometrisk væsentlige afbildnin- **Wikipedia** Linear map
ger er lineære, og vi bestemmer deres stan-
dardmatricer:

- drejninger om Origo i plan og rum,
- spejlinger i en linie gennem Origo i planen, hhv. i en plan gennem Origo i rummet,
- skaleringer,
- strækninger og skrumpninger i aksernes retninger,
- shears = "vridninger",
- projektioner (vigtig i forbindelse med teknisk tegning)
- ...



Software:

Med de følgende to applets fra nettet kan man illustrere effekten af en lineær afbildning $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ fra planen ind i planen:

- Linear Transformations 1
- Linear Transformations 2

Næste gang:

Onsdag, den 20.10., kl. 8:15 – 12:00.

Multiplikation af matricer.

Sammensætning af lineære afbildninger.

SIF, ch. 2.1, pp. 95 – 104;

SIF, ch. 2.8, pp. 185 – 187.