Forelæsningens 1. del:

kl. 8:15 – 8:50 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

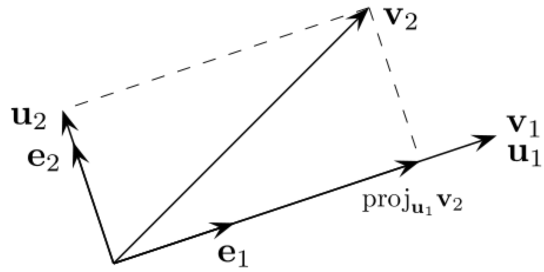
En ortogonalbasis består af et antal vektorer $\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_k$ som er indbyrdes ortogonale: $i \neq j \Rightarrow \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_j = 0$. Vektorer i en ortogonalbasis er automatisk lineært uafhængige (Thm. 6.5) og deres spænd er derfor maksimalt stort. Envher vektor i spændet har entydige koordinater, og de er nemt at beregne (nederst på p. 376, specielt simpel hvis alle vektorer har længde 1 – i så fald taler man om en ortonormalbasis.

Forelæsningens 2. del:

kl. 8:55 – 9:25 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

Hvis man har et antal lineært uafhængige vektorer $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_k$, så findes der en systematisk metode til at "ortogonalisere" dem, dvs. at finde en ortogonalbasis $\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_k$ med samme spænd. Metoden kaldes Gram-Schmidt[1]-metoden og bygger på ortogonalprojektioner.



Litteratur:

SIF ch. 6.2, pp. 374 – 381.

Wikipedia Gram-Schmidt process

YouTube Gram Schmidt process in space

Gram Schmidt på nettet

- Gram Schmidt orthogonalization applet

Opgaveregning:

kl. 9:35 – 11:20 i grupperummene.

Opgaver:

SIF, ch. 6.2, pp. 385 – 386 5, 7, 9, 13, 17, 21, 41, 43 – 51.

Forelæsningens 3. del:

kl. 11:25 – 12 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

En (ortogonal) lineær afbildning $T : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^n$ bevarer længder, hvis $\| \, T(\mathbf{u}) \, \| = \| \, \mathbf{u} \, \|$ for alle vektorer $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^n$. Hvis den gør det,

[1]dansk-tysk samarbejde!

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST

9940 8855
-

RAUSSEN@MATH.AAU.DK
PEOPLE.AAU.DK/~RAUSSEN

så bevarer den "automatisk" også prikprodukter og dermed vinkler (på nær evt. fortegn).

Hvordan ser standardmatricen for en ortogonal lineær afbildning ud? Det er en ortogonal matrix: dens søjler udgør en ortonormalbasis for $\mathbf{R}^n$. En $n \times n$ matrix Q er ortogonal hvis $QQ^T = I$ – eller hvis $Q^{-1} = Q^T$. Det viser sig at en ortogonal matrix beskriver enten en rotation (drejning) om en akse i $\mathbf{R}^n$ eller en refleksion (spejling) i en (hyper-)plan i $\mathbf{R}^n$ gennem Origo.

Litteratur:

(SIF), ch. 6.5, pp. 411 – 416.

Næste gang:

Tirsdag, 30.11.10, kl. 8:15 – 13:15.
Stive bevægelser i planen; SIF, 6.5, pp. 416 – 421.
Introduktion til IFS (iterated function systems).