

Forelæsning:

kl. 11:00 – 11:35 i Auditorium 3.

Her er tre afbildninger A_1, A_2, A_3 som frembringer Sierpinski trekanten:

$$A_1 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix};$$

$$A_2 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$A_3 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0.5 \end{bmatrix};$$

hver især en komposition af en kontraherende skalering og en translation. De tre afbildninger overfører hver især et enhedskvadrat i 1. kvadrant i skalerede kvadrater (med halv sidelængde) der støder op mod hinanden.

Det er overraskende, at man som udgangsfigur kan tage en hvilken som helst (ikke-tom) delmængde af enhedskvadratet – fx hele kvadratet, en trekant, en cirkel, eller bare et punkt: Grænsefiguren vil altid være Sierpinski trekanten.

Her er en anden metode der igen ender med Sierpinski trekanten: Man begynder med et startpunkt og vælger tilfældige tal (med en "trekantet terning" med udfald 1, 2 eller 3) Alt efter resultatet af terningekast anvendes en af de tre afbildninger til at producere det næste resultat. Slutproduktet bliver det samme som før.



Med lidt mere sofistikerede metoder kan man producere naturlignende figurer. Et meget brugt eksempel herfor er Barnsley's bregne, som kan beskrives med bare fire affine afbildninger. Mere om dem næste gang.

Litteratur:

[Wikipedia](#) Sierpinski triangle

[Wikipedia](#) Barnsley fern

Repetition. Indledning til mini-projekt 4:

kl. 11:40 – 12:00 i Auditorium 3.
Matricer og deres inverse.

Miniprojekt 4

i grupperum kl. 12:30 – 16:15.
Se her.

Næste gang:

Torsdag, 9.12., 8:15 – 12:00.
Affine afbildninger og fraktaler.