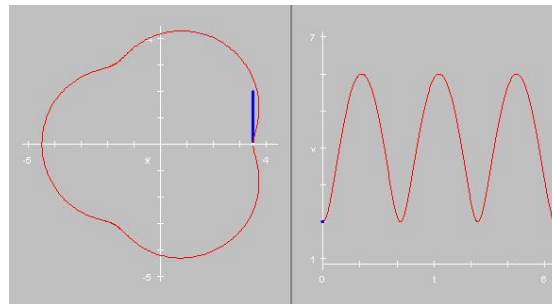


En **epitrochoidekurve** opstår når man lader et punkt i det indre af en lille cirkel rulle rundt på en stor cirkel, se illustrationen i Wikipedia. Afhængig af cirklernes radier og af punktets afstand fra lillecirkelens radius får man en hel masse forskellige lukkede kurver. Forbrændingskammeret i en Wankelmotor er udformet som en sådan epitrochoide. I miniprojektet analyserer vi en epitrochoide som er givet ved parameterfremstillingen

$$\mathbf{r}(t) = \overrightarrow{OP}_t = \left[4 \cos t - \frac{1}{2} \cos(4t), 4 \sin t - \frac{1}{2} \sin(4t) \right], 0 \leq t \leq 2\pi.$$

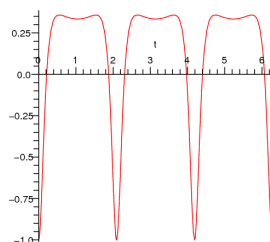


Epitrochoidekurve og farten af bevægelsen langs med den

1. Forklar at parameterfremstillingen er sammensat af to cirkelbevægelser.
2. Gør rede for at farten i punktet P_t er givet ved $v(t) = 2\sqrt{5 - 4\cos(3t)}$ ¹. Brug formelen for $v(t)$ til at bestemme den største og mindste fart for bevægelsen langs med kurven; og også de punkter på kurven hvor farten er størst/mindst.
3. Gør rede for at krumningen i P_t er givet ved

$$\kappa(t) = \frac{4 - 5\cos(3t)}{(5 - 4\cos(3t))^{\frac{3}{2}}}.$$

4. Krumningsfunktionen $\kappa(t)$ er tegnet i nedenstående figur:



Den antager således både positive og negative værdier. Hvor på kurven er krumningen negativ? (Tegn eller beskriv de værdier t hvor dette er tilfældet!)

Over store intervaller er krumningen næsten konstant positiv. Hvordan fremgår det af epitrochoidekurvens form?

Man kan bruge det geometriske laboratorium – eller lignende – til forklaring.

5. Grasshopper/Rhino: Først skal man frembringe en stor cirkel (variabel radius r_1) og så en lille cirkel (variabel radius $r_2 = Rr_1$), som rører den store "udvendig". En epitrochoidekurven frembringes visuelt ved at afsætte et stort antal N af punkter på den. Afstanden d af det punkt på akse som roterer med den lille cirkel og som frembringer kurven skal også være variabel. Se illustrationen og vejledningen.

¹Vink: Brug den trigonometriske formel $\cos(u - v) = \cos u \cos v + \sin u \sin v$.