

Køreplan:

Denne lektion er i workshop style. Der bliver ingen forelæsning til at starte med. De studerede bedes at møde i grupperumme kl. 12:30 og arbejde med de opgaver som foreslås nedenfor – og evt. med “leftovers” fra tidligere lektioner. Formålet er at opøve især praktiske matematiske færdigheder – og derigennem også at højne forståelsen af det teoretiske stof.

Martin Raussen og Janus Roed Ramlov vil cirkulere, besvare spørgsmål og assistere ved opgaveløsning.

Opgaver:

1. En rumkurve er givet ved parameterfremstillingen

$$\mathbf{r}(t) = [t, t^2, \frac{2}{3}t^3].$$

Find kurvens krumning samt den tangentielle og normale komponent af dens accelerationsvektor til tiden t .¹

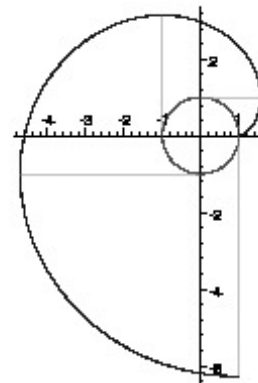
2. Når man trækker en snor **tangenti-
alt** væk fra en cirkel (tænk på en yo-yo som er fikseret i midtpunktet), beskriver endepunktet (der hvor fingeren tager fat) en plan kurve. Se illustrationen i figuren nedenfor og (dynamisk) i det geometriske laboratorium.

- (a) Endepunktet bevæger sig på en *cirkelafvikler* – eller **cirklens evol-**

vent; bevægelsen er en superposition af en cirkulær bevægelse og en lineær bevægelse i tangentrening. Gør rede for, at den kan beskrives ved parameterfremstillingen

$$\mathbf{r}(t) = [\cos t + t \sin t, \sin t - t \cos t]$$

når cirklen har radius 1 og centrum i Origo. Kurven bruges til konstruktion af tandhjul!



- (b) Beregn kurvens (dvs. afviklens) enhedstangentvektor $\mathbf{T}(t)$ og normalvektoren $\mathbf{N}(t) = \hat{\mathbf{T}}(t)$ i punktet P_t med $\overrightarrow{OP_t} = \mathbf{r}(t)$. Hvordan forholder de sig sammenlignet med tangent og normal til cirklen i det punkt “snoren hænger i”? Beregn og tegn!²
- (c) Vis, at kurvens krumning i P_t opfylder: $\kappa(P_t) = \frac{1}{t}$. Hvor ligger krumningscentrum for oskulationscirklen?³

¹Facit: $\kappa(t) = \frac{2}{(1+2t^2)^2}$, $a_T(t) = 4t$, $a_N(t) = 2$.

²Facit: $\mathbf{T}(t) = [\cos t, \sin t]$; $\mathbf{N}(t) = [-\sin t, \cos t]$

³Facit: $\overrightarrow{OC_t} = [\cos(t), \sin(t)]$. Interpretation?