Matematik og form: Matricer for rotationer og translationer

Martin Raussen

Department of Mathematical Sciences
Aalborg University
Denmark

2012

Standardmatrix for en 2D-rotation

med vinklen θ

$$A_\theta = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$\text{om } Z\text{-aksen} \quad R_\theta = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{om } X\text{- og } Y\text{-aksen} \quad P_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix};$$

$$Q_\theta = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Matricer som beskrivelse for translationer
en "uægte" koordinat

En (egentlig) translation (parallelforskydning) er ikke lineær.
Man kan alligevel beskrive den ved hjælp af en matriks – i en dimension højere.
En translation med vektoren $\mathbf{v} = [a, b, c]^T$ beskrives ved matricen

$$T_{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

idet $T_{\mathbf{v}}[x, y, z, 1]^T = [x + a, y + b, z + c, 1]$.