

## E-opgave 1

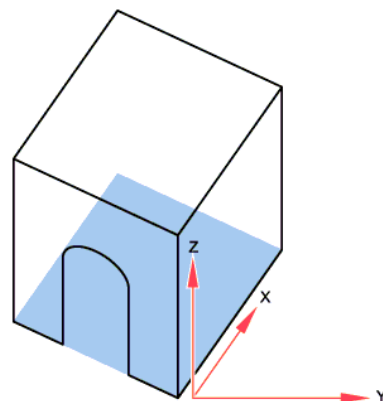
Den "militære projektion"<sup>a</sup> fra rummet ind i planen er givet ved den lineære afbildning

$$F(x, y, z) = \begin{bmatrix} cx - sy \\ sx + cy + z \end{bmatrix},$$

hvor  $c, s$  er hhv. cosinus og sinus til en given vinkel  $\theta$ ; de opfylder altså "grundformlen"  $c^2 + s^2 = 1$ .

Matricerne  $A, P$  og  $R$  er givet ved

$$A = \begin{bmatrix} c & -s & 0 \\ s & c & 1 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} c & -s & 0 \\ s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ og } P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$



<sup>a</sup>en speciel isometri/axonometri

1. Gør rede for at

(a)  $A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = F(x, y, z)$  og at

(b)  $PR = A$ .

2. Bestem billedvektorerne  $F(\mathbf{e}_i) = A\mathbf{e}_i$  af standard enhedsvektorerne  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  i rummet. (Disse vektorer ligger på de linier i planen som de tre akser i rummet projiceres på.)

Bestem vinklerne mellem disse tre billedvektorer.

3. Gør rede for, at den militære projektion overfører rette linier i rette linier<sup>1</sup>; og indbyrdes parallelle linier i indbyrdes parallelle linier.

(Vink: En ret linie  $l$  i rummet har parameterfremstilling  $\mathbf{u} + t\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$ . Bestem en parameterfremstilling for billedlinien  $F(l)$  i planen ved at omforme  $A(\mathbf{u} + t\mathbf{v})$ .)

4. (a) Forklar, at  $R$  er standard matrixpræsentation for en rotation om

Z-aksen. Giv en geometrisk beskrivelse af den lineære afbildning givet ved matricen  $P$ .

(b) Gør rede for at man kan beskrive den militære projektion givet ved  $F$  som sammensætning af en rumlig rotation givet ved  $R$  og en projektion givet ved  $P$ .

5. Givet et punkt  $P : (a, b)$  i planen.

(a) Bestem en parameterfremstilling for den rette linie  $l_P$  som består af alle punkter  $(x, y, z)$  i rummet, som opfylder

$$F(x, y, z) = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}.$$

(Hele denne linie  $l_P$  projiceres altså på punktet  $P$  under den militære projektion.)<sup>2</sup>

(b) Gør rede for, at de rette linier  $l_P$  og  $l_Q$  som projiceres på forskellige punkter  $P : (a, b)$  og  $Q : (a', b')$  i planen er indbyrdes parallelle.

<sup>1</sup>Strengt set er dette kun rigtigt for linier som ikke er parallelle til vektoren  $[-s, -c, 1]$ ; se opgave 5.

<sup>2</sup>Forslag: Antag  $c \neq 0$  og begynd med følgende rækkeoperation:  $c \cdot R_1 + s \cdot R_2 \mapsto R_1$