Repetition og perspektivering

kl. 8:15 – 8:45 i Auditorium 3.
Bemærkninger til perspektivtegning og til E-opgave 1.
Standardmatricen til en lineær afbildning.
Surjektive, injektive, bijektive lineære afbildninger.

1. forelæsning

kl. 8:50 – 9:25 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

Matrixoperationer: Matrixaddition og multiplikation med en skalar (et reelt tal) er ikke særlig ophidsende; heller ikke transposition af en matrix.
Mere interessant er multiplikationen af matricer. Den lineære afbildning, som produktet af to matricer svarer til, er sammensætningen af de to lineære afbildninger, som hver enkel matrix svarer til. Med andre ord: Kender man f.eks. standardmatricen for en drejning og for en spejling, så kan man finde standardmatricen for sammensætningen[1] af disse to afbildninger ved at gange matricerne sammen.

Matrixmultiplikation er vigtig, og I skal opnå fortrolighed med denne regneoperation, se især række-søjlereglen på bogens s. 127 og de to applets (under *Software*) nedenfor.

Flere egenskaber af (regler om) regneoperationerne er sammenfattet i bogens Theorem 1 – 3 i kapitel 2.1. En regel savner I måske: Gælder der at multiplikationen er kommutativ, dvs. gælder der, at $AB = BA$ for alle matricer A og B?
Svaret er: som regel nej! For det første kan det ene produkt være defineret mens det andet ikke er det. Men også når begge produkter er defineret, så giver de som regel forskellige resultater.
En af de få undtagelser optræder når den ene matrix er en enhedsmatrix[2] I (1-taller på diagonalen, 0-taller udenfor). For en vilkårlig kvadratisk matrix B af samme størrelse gælder: $IB = BI = B$.

Opgaveregning:

kl. 9:30 – 11:20 i grupperummene.

Opgaver:

Lay, 1.9, pp. 106 – 108 15, 23[3], 31.

Lay, 2.1, pp. 132 – 134 1, 5, 7, 11, 15[4], 23.

E-opgave 1 Diskuter evt. resterende problemer med hinanden og evt. med lærer/hjælpelærer.

2. forelæsning

kl. 11:25 – 12 i Auditorium 3.

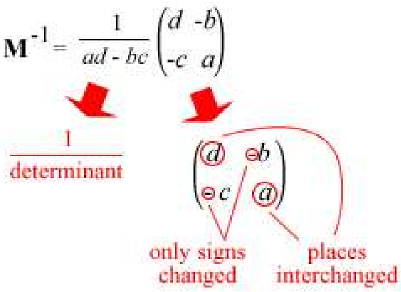
Mål og indhold:

Inverse afbildninger og matricer: I det følgende koncentrerer vi os om kvadratiske matricer med samme antal søjler som rækker. Hvis A er en $(n \times n)$-matrix, har den så en invers matrix C, således at $AC = CA = I \leftarrow$ enhedsmatrix?
Det betyder at den lineære afbildning svarende til A har en invers lineær afbildning;

[1] "først den ene, så den anden"; eng. composition
[2] eng.: identity matrix
[3] T-T-F-F-F
[4] F-F-T-T-F

specielt er begge disse afbildninger så både injektive og surjektive.

Det gælder for mange matricer A, men ikke for dem allesammen. For (2×2)-matricer finder man nemt en formel for den inverse matrix A^{-1}, hvis matricen A opfylder: $\det A \neq 0$ (og hvis $\det A = 0$ så er A ikke invertibel!)



Generelt gælder det at matrixligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ altid har netop én løsning når A er invertibel. Hvorfor?

$$\mathbf{x} = I\mathbf{x} = (A^{-1}A)\mathbf{x} = A^{-1}(A\mathbf{x}) = A^{-1}\mathbf{b}.$$

Konklusion: A er invertibel netop når alle søjler (og dermed alle rækker) har en Pivot-position.

Litteratur

Lay 1.9, pp. 87 – 89; 2.1 – 2.2, pp. 107 – 122.

Applets

- Matrixregning i eksempler
- Matrix Multiplying Calculator

Næste gang:

Mandag, den 29.3., kl. 8:15 – 12:00.
Lay, 2.2 – 2.3, pp. 122 – 131.
Inverse matricer: Eksistens og beregning.