MAT2 – A&D 1. lektion

Martin Raussen

Department of Mathematical Sciences
Aalborg University
Denmark

3.2.2010

Elementære rækkeoperationer
på ligningssystemer og matricer

ledende koefficient i en række: det første element $\neq 0$

Navn	Formål (i en søjle)
Rækkeombytning	ledende koefficient op, 0-taller ned!
Række"addition"	0-taller under/over ledende koefficient!
Rækkemultiplikation	ledende koefficient 1!

To matricer kaldes rækkeækvivalente hvis man kan overføre den ene i den anden ved en eller flere elementære rækkeoperationer.
Hvorfor? To ligningssystemer svarende til rækkeækvivalente totalmatricer har samme løsningsmængde!
Hvad kan man opnå gennem systematisk anvendelse af rækkeoperationer?

Echelon-matricer

Matricer på trappeform

- En matriks på echelonform har
  1. alle 0-rækker nederst.
  2. De ledende koefficienter (først i rækken $\neq 0$) flytter til højre når man vandrer ned ad rækkerne.
     (Konsekvens: I området under og til venstre for en ledende koefficient står der kun 0-taller).
- En matriks på reduceret echelonform opfylder desuden:
  1. Ledende koefficienter $= 1$ – kaldes Pivoter.
  2. Også over Pivoter står der kun 0-taller.

En matrix kan ved rækkeoperationer overføres til forskellige matricer på echelonform, men kun til en matrix på reduceret echelonform.

Fra ligningssystem til løsningsmængde

Trin for trin

1. Overfør ligningssystemet til (udvidet) matrix
2. Rækkereduktion $\rightsquigarrow$ matrix på echelonform
    1. Er højresiden en Pivotsøjle (er der en ledende koefficient i sidste søjle)? Systemet er inkonsistent. Stop!
    2. Ellers er systemet konsistent. Fortsæt!
3. Rækkereduktion $\rightsquigarrow$ matrix på reduceret echelonform.
4. Overfør denne sidste matrix til et (ækvivalent) ligningssystem
5. Isoler bundne variable $\rightsquigarrow$ parameterfremstilling med de frie variable som parametre