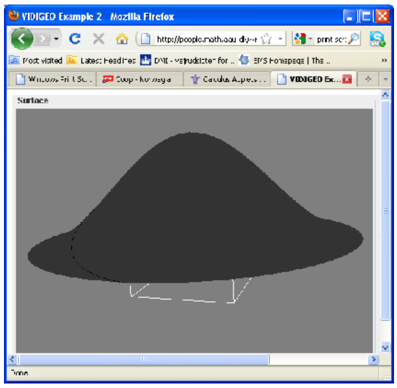
AALBORG UNIVERSITET
DET TEKNISK-NATURVIDENSKABELIGE FAKULTET
FØRSTE STUDIEÅR

ARKITEKTUR OG DESIGN
KURVER OG FLADER I GEOMETRI, ARKITEKTUR OG DESIGN

MINIPROJEKT 4
2. MAJ 2011
MARTIN RAUSSEN

I dette miniprojekt modellerer vi en bakke, som tænkes anlagt på et plant område. I første omgang modelleres bakkens højde – over en cirkel med radius π om Origo – gennem formlen

$$f(x,y) = \cos r + 1 = \cos(\sqrt{x^2+y^2}) + 1.$$[1]



1. Udtegn en graf for funktionen ved hjælp af grafisk programmel (for $-3.14 \le x, y \le 3.14$); se evt. kursets hjemmeside.
   Hvor høj bliver bakken over planen $z = 0$?
   Overvej at parameterfremstillingen
   $$\mathbf{r}(r,\theta) = \begin{bmatrix} r\cos\theta \\ r\sin\theta \\ \cos r + 1 \end{bmatrix},$$
   $$0 \le r \le \pi, 0 \le \theta \le 2\pi,$$
   beskriver den samme bakke.

2. Beregn gradientvektoren $\nabla f(x,y)$ for funktionen f i punktet (x,y). Gør rede for at den kan beskrives i polære koordinater ved
   $$\nabla f(x,y) = -\sin r \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix}.$$
   Skitser gradient vektorfeltet inden for en cirkel med radius π.

3. Bestem den retningsafledte $D_{\mathbf{u}} f(x,y)$ for funktionen f i punktet $(x,y) = (r\cos\theta, r\sin\theta)$ i retningen $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{bmatrix}$.[2]
   I hvilken retning bliver den retningsafledte størst?
   Bestem den største hældning (= retningsafledet) i punktet.
   Hældningen er for stor til praktiske formål!

4. En mere generel "bakkeformel" er givet ved
   $f_{A,B}(x,y) = A[\cos(B\sqrt{x^2+y^2}) + 1]$.
   Bestem den største forekommende hældning (retningsafledet) for denne funktion.
   Bestem A og B når bakken skal blive 10 meter høj og således at den største hældning bliver 0.5.
   Hvilken radius får bakken?

5. Rhino/Grasshopper:
   Modeller bakken ved at dreje en kurve som approksimerer kurven
   $$z = \cos x + 1, 0 \le x \le \pi$$
   i XZ-planen om Z-aksen. Tilføj slidere (for A, B) som tillader at modificere bakkens højde og hældninger.

[1] $r = \sqrt{x^2+y^2}$ i polære koordinater
[2] Formlen $\cos(\theta - \phi) = \cos\theta\cos\varphi + \sin\theta\sin\varphi$ kan hjælpe til at interpretere resultatet.

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST
9940 8855
-
RAUSSEN@MATH.AAU.DK
PEOPLE.MATH.AAU.DK/~RAUSSEN