

Velkommen til det nydesignede kursus *Kurver og flader i geometri, arkitektur og design*. Kurset behandler især geometriske aspekter ved kurver og flader og demonstrerer hvordan matematikken anvendes i professionelle designværktøjer som *Rhino* og *Grasshopper*. Kurset holdes i samarbejde mellem Martin Raussen fra Institut for matematiske fag og Mathias K. Kristensen og Christian Raun Jepsen (MSc.Eng.Arch.).

Information om dette kursus, især alle lektionsplaner ("spisesedler") finder I (efterhånden) på kursets hjemmeside. Skemaet for hele semestret findes fra holdets hjemmeside. Jeg vil gerne bede jer om at købe kursuspå materialet i centerboghandelen snarest muligt – vi skal allerede første gang bruge lærebogen under opgaveregning:

Lærebøger

- Edwards & Penney, *Calculus. Early Transcendentals*, 7th ed., Pearson Education, 2008 (EP).

Mange drager nytte af et kortfattet kompendium med de vigtigste definitioner, resultater og formler, samt flere eksempler (på dansk!) med titlen:

- H.V. Christensen, B. Rosbjerg: *Kompendium i Calculus – Definitioner, formler og eksempler*.

Desuden bruger vi online kompendier, især til introduktion i Rhino og Grasshopper.

Generelt om kursets indhold

Kurset består af 25 enheder ialt. I 16 enheder står det matematiske indhold i foregrunden. Begyndelsen vil synes simpelt for de fleste, men det gælder om at hænge på og at forstå begreber og metoder til bunds: de vil blive brugt hele semestret igennem!

Derudover bliver der i 4 enheder introduceret til designværktøjerne Rhinos og Grasshoppers håndtering af kurver og flader.

De sidste 5 enheder bruges til miniprojekter hvor matematiske emner behandles i konkret form og hvor I skal inddrage Rhino/Grasshopper i arbejdet.

"Prædiken":

kl. 8:15 – 8:40 i Auditorium 3.

Jeg begynder med et "prædiken" som ser tilbage på sidste semester og som omhandler forslag vedr. vores samarbejde gennem det kommende semester.

Forelæsnings 1. del:

kl. 8:45 – 9:20 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

Denne første gang behandler vi stof som til en stor del er kendt fra ungdomsuddannelserne: *trigonometriske funktioner* og deres *inverse*:

Når et 1-dimensionelt væsen skal orientere sig på en (enheds-)cirkel, er det naturligt, at det bare måler, hvor langt det har bevæget sig fra start til slut af sin rejse. Resultatet er en *vinkel*. Måles den i *radianer*, så måler man bare vejlængden (i forhold til radius). Måles den i *grader*, så sættes den i forhold til cirkelns omkreds. Da metoden blev opfundet af babylonierne for flere tusinde år siden, måler man ikke procentvis, men cirklen bliver inddelt i 360 éns grader. En simpel lineær formel beskriver overgangen mellem radianer og grader.

Et 2- eller 3-dimensionelt væsen ser enhedscirklen som en del af planen med et indlagt XY-koordinatsystem. Hvor meget bliver X-, hhv. Y-værdien når man kravler en vinkel φ frem fra en position på X-aksen? Det er netop udtrykt ved funktionerne $\cos \varphi$ og $\sin \varphi$. Funktionen \tan har ligeledes gode geometriske interpretationer.¹

	0°	30°	45°	60°	90°
sin θ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos θ	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan θ	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm \infty$

Der er en del nyttige formler knyttet til de trigonometriske funktioner: Den vigtigste ("idiotformlen", grundrelationen) udtrykker bare at punktet $(\cos \varphi, \sin \varphi)$ ligger på *enhedscirklen*. Periodicitetsformlerne (s. A-16) har ligeledes simple forklaringer, mens additionsformlerne (og som konsekvens formler for de trigonometriske funktioner på dobbelte og halve vinkler) er lidt mere komplicerede at udlede (s. A-14).

¹Vi behandler ikke de i bogen nævnte funktioner \sec , \csc og \cot .

²eng.: *domain* for definitionsområdet, *range* for værdimængden

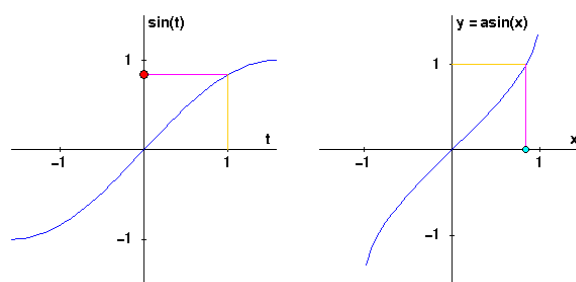
Forelæsningens 2. del:

kl. 9:25 – 10:00 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

Hvordan kan man omvendt finde vinklen φ hvis man kender dens X-værdi (\cos) eller Y-værdi (\sin)? Denne vinkel er i hvert fald *ikke* entydigt bestemt; flere vinkler kan give anledning til samme \cos , \sin eller \tan . Man hjælper sig med at *afgrænse* et bestemt vinkelinterval på hvilket den trigonometriske funktion man undersøger er *strikt monotont*. Herefter kan man definere og undersøge de *inverse* trigonometriske funktioner \cos^{-1} , \sin^{-1} og \tan^{-1} .

Mere generelt kan man invertere en funktion $f : Dm(f) \rightarrow Vm(f)$ ², hvis den er *injektiv* ("en til en"), dvs. hvis der til hver y -værdi i værdimængden svarer præcis en x -værdi i definitionsmængden. Så kan man definere $f^{-1} : Vm(f) \rightarrow Dm(f)$ ved $f(x) = y \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$. Denne opskrift forklarer også den geometriske tolkning af overgangen fra grafen for f til grafen for f^{-1} som spejling i den vinkelhalverende $Y = X$.



De trigonometriske funktioner er differentiable og I kender deres differentialkvotienter. De inverse trigonometriske kvotienter er ligeledes differentiable; ved hjælp af regnereglen for differentiation af

en sammensat funktion bliver
 $x = f(f^{-1}(x))$ til $1 = f'(f^{-1}(x))(f^{-1})'(x)$;
herfra er det ikke vanskeligt at finde de-
res differentialekvotienter. Det viser sig så
at de inverse trigonometriske funktioner er
stamfunktioner for flere interessante funk-
tioner.

Litteratur:

E& P Appendix C, A-13 – A-17 (bagerst i
bogen) og Sect. 6.8. pp. 488 – 493.

Wikipedia Trigonometric functions

Wikipedia Inverse trigonometric func-
tions

Opgaveregning:

kl. 10:05 – 12:00 i grupperummene.
Opgaverne er grupperet, og inden for
grupperne er vanskeligheden som regel
stigende. Som hovedregel skal I forsøge at
løse så mange opgaver som muligt, men
dog *mindst en* fra hver gruppe.

E&P, App. C, pp. A-17: 11,13 (kun
sin, cos og tan; men uden lommereg-
ner, tak!)

Trigonometriske ligninger E&P, App. C,
pp. A-18: 17, 19, 23

Flere trigonometriske ligninger E&P,
App. C, pp. A-18: 43, 45, 47

Opgaver:

Grader og radianer E&P, App. C, pp. A-
17: 3,5,7,9

Værdier af trigonometriske funktioner

Næste gang:

Fredag, den 4.2., kl. 8:15 – 12:00.
Polære og sfæriske koordinater.
E& P, Sect. 9.2, 11.8.