Repetition og perspektivering:

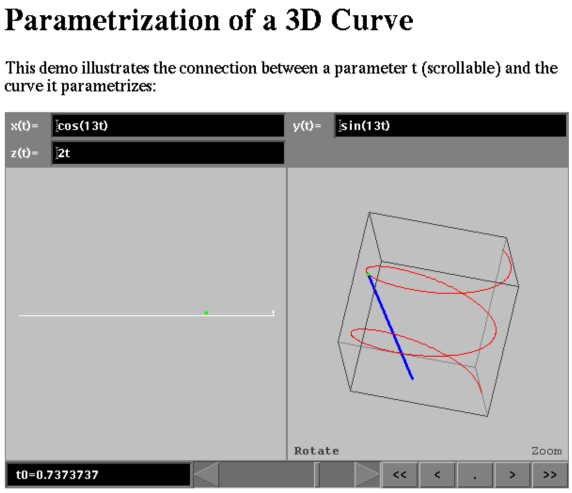
kl. 8:15 – 8:45 i Auditorium 3.
Polære og sfæriske koordinater og anvendelser.

Forelæsningens 1. del:

kl. 8:50 – 9:25 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

Denne og de næstfølgende gange beskæftiger vi os med vektorfunktioner af én variabel, og de skal bruges til beskrivelse og analyse af bevægelser i plan og rum og de herved beskrevne kurver. Ideen er, at man til hver tidspunkt t i definitionsintervallet knytter en foranderlig vektor $\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} =< x(t), y(t), z(t) >$[1], som peger på punktet P_t givet ved $\overrightarrow{OP_t} = \mathbf{r}(t)$.[2] Vektorene $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ står for de tre standardenhedsvektorer i rummet; $x(t), y(t), z(t)$ kaldes for vektorfunktionens koordinatfunktioner. Man siger at $\mathbf{r}(t)$ er en parameterfremstilling for kurven bestående af alle punkter P_t.



Det er nemt at forholde sig til differentiation af vektorfunktioner: Man differentierer bare hver koordinatfunktion for sig – hvis altså koordinatfunktionerne er differentiable. Derfor er det heller ikke ret forbavsende, at de sædvanlige regler for differentiation af summer og produkter af funktioner kan overføres til vektorfunktioner; se Theorem 2 på s. 854. Bemærk at produktreglen også gælder for prikprodukter og krydsprodukter!

Opgaveregning:

kl. 9:30 – 11:20 i grupperummene.

Opgaver:

Værdier af inverse trigonometriske funktioner E& P, 6.8, pp. 497 – 498: 1,3.

Differentiationstræning [3] 9, 17, 23.

Parameterfremstillinger for kurver E&P, 11.5, pp. 862 – 864: 1,3. Match parameterfremstillingerne med figurene øverst på siden. Om nødvendigt kan det geometriske laboratorium hjælpe.

Differentiation af vektorfunktioner 7,9,15.

[1] Lærebogen bruger parenteser <> i notationen for vektorer; vi vil som oftest bare bruge notationen med runde parenteser () som I kender til

[2] Ved bevægelser i planen bruger man kun to koordinatfunktioner $x(t), y(t)$ og standardenhedsvektorene $\mathbf{i}, \mathbf{j}$.

[3] sammensatte funktioner!

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST

9940 8855
-

RAUSSEN@MATH.AAU.DK
PEOPLE.AAU.DK/~RAUSSEN

Forelæsningens 2. del:

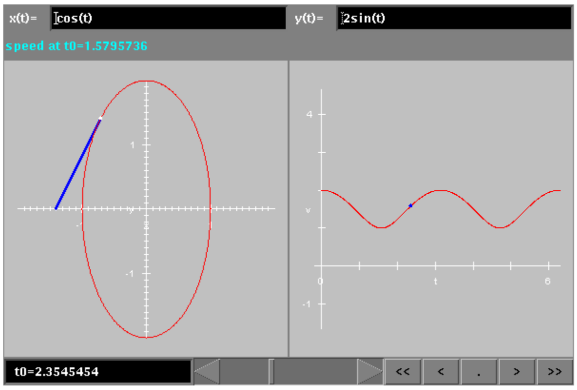
kl. 11:25 – 12 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

Hvilken geometrisk/mekanisk betydning har de afledede vektorfunktion så? Den afledede $\mathbf{v}(t) = \mathbf{r}'(t)$ af vektorfunktionen $\mathbf{r}(t)$ står for hastigheds*vektoren* i punktet P_t. Dens *længde* $v(t) = |\mathbf{v}(t)|$ er den momentane *fart*; dens *retning* er tangent til kurven givet ved $\mathbf{r}(t)$ i punktet P_t – med mindre $\mathbf{v}(t) = \mathbf{0}$. Den dobbelte afledede $\mathbf{a}(t) = \mathbf{v}'(t) = \mathbf{r}''(t)$ står for *accelerations*vektoren, hvis længde $a(t) = |\mathbf{a}(t)|$ er den momentane acceleration. Den er som regel *ikke* lig med den afledede af farten $v(t)$ – mere om dette næste gang!

Moving velocity vector and speed

This applet illustrates the (blue) *velocity vector* vector along a curve. Its length is the *speed v* of the parametrization, shown in the right–hand illustration..



Også *integration* af vektorfunktioner foregår koordinatvis. Det tillader at bestemme vektorfunktionen $\mathbf{r}(t)$ for en bevægelse hvis bare man kender til parameterfremstillingens accelerationsfunktion $\mathbf{a}(t)$ samt til begyndelsesvektor $\mathbf{r}(t_0)$ og begyndelseshastighed $\mathbf{v}(t_0)$.

Litteratur:

E&P Sect. 11.5, pp. 851 – 861.

Wikipedia Vector-valued function

Software:

A Geometric Laboratory

Næste gang:

Mandag, 14.2., 8:15 – 12:00.
Kurvelængde, krumning. E& P, Sect. 11.6.