Repetition og perspektivering:

kl. 8:15 – 8:45 i Auditorium 3.
Vektorfunktioner af en variable.
Parameterfremstillinger for kurver i plan og rum.

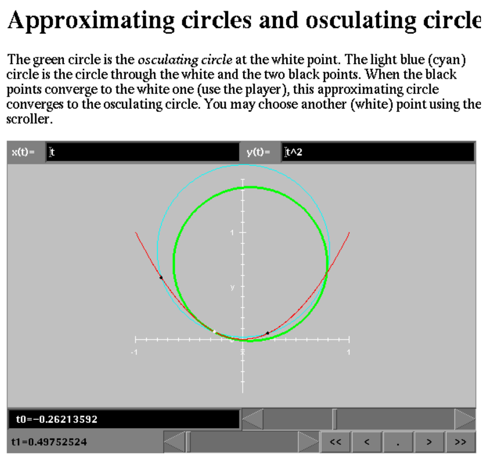
Forelæsningens 1. del:

kl. 8:50 – 9:25 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

Ved differentiation af en parameterfremstilling finder man den (variable) hastighedsvektor, og som dens længde, farten som funktion af tiden. Ved at integrere farten fra start til slut, finder man den tilbagelagte vej; desværre er formlerne dog ofte så komplicerede, at man ikke kan integrere eksplicit.

Hvordan kan man måle/beregne, hvor krum en kurve er i et givet punkt? Det er rimeligt at sætte krumningen[1] af en cirkel med radius R til $\frac{1}{R}$. For en generel kurve sætter man den til krumningen af den bedst approksimerende cirkel i et givet punkt, den såkaldte krumningscirkel[2].



Det samme mål fås hvis man differentierer den vandrende enhedstangentvektor $\mathbf{T}(s)$ langs med kurven med hensyn til kurvelængden s. Krumningen kan tydes som vinkelhastighed $\varphi'(s)$, når man sætter $\mathbf{T}(s) = (\cos\varphi(s), \sin\varphi(s))$; så måler $\varphi(s)$ vinklen mellem X-aksen og $\mathbf{T}(s)$. Krumningen for en plan kurve beregnes ved hjælp af formel (12) på s. 867; hvis man ikke tager den numeriske værdi i tælleren, så finder man tillige ud af om kurven krummer med eller mod uret.

Opgaveregning:

kl. 9:30 – 11:20 i grupperummene.

Opgaver:

Integration E&P, 11.5, pp. 862 – 864: 19, 27, 33.

Anvendelser 61, 41, 49.

Kurvelængde E&P, 11.6, pp. 877 – 879: 1, 3, 5.

Krumning 9[3], 11.

[1]eng.: curvature
[2]eller oskulationscirkel; eng.: osculating circle
[3]Find først en parameterfremstilling for kurven

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST
9940 8855
-
RAUSSEN@MATH.AAU.DK
PEOPLE.AAU.DK/~RAUSSEN

Forelæsningens 2. del:

kl. 11:25 – 12 i Auditorium 3.

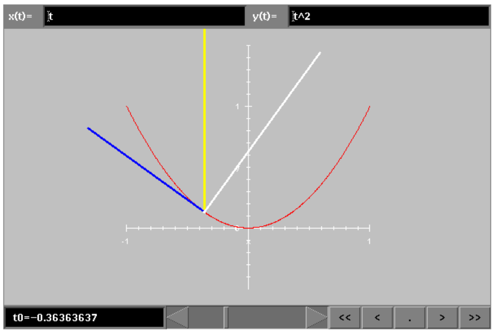
Mål og indhold:

Ved hjælp af krumningen kan man give en bedre beskrivelse for den vandrende accelerationsvektor $\mathbf{a}(t)$. Hvis man – for en plan kurve – definerer $\mathbf{N}(t) = \hat{\mathbf{T}}(t)$ som vandrende normalvektor, så har accelerationen en tangential og en normal komponent:

$$\mathbf{a}(t) = v'(t)\mathbf{T}(t) + v^2(t)\kappa(t)\mathbf{N}(t); \qquad (1)$$

Tangential and normal components of the acceleration

The moving acceleration vector **a** in yellow, its tangential component in blue, its normal component in white.



Formlen (1) stemmer også for en rumkurve, blot skal **N** så findes som en enhedsvektor i retning af $\frac{d\mathbf{T}}{ds}$. Specielt kan man se, at

- høj fart kombineret med stor krumning udløser problematisk store normalkræfter – derfor bremser man ned i hårnålesving!
- Et pludseligt skifte i krumningen medfører et pludseligt problematisk skifte i normalkræfterne og skal derfor undgås i bevægelige systemer.

Endelig kan formel (1) også bruges til at bestemme krumningen for en rumkurve, se formel (27) på s. 872.

Litteratur:

E& P Sect. 11.6, pp. 865 – 873.

Wikipedia Curvature

Software:

A Geometric Laboratory

Næste gang:

Torsdag, 17.2., kl. 8:15 – 12:00.
Miniprojekt 1.
Husk at medbringe et æble og en kniv.

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST

9940 8855
-

RAUSSEN@MATH.AAU.DK
PEOPLE.AAU.DK/~RAUSSEN