

Repetition og perspektivering:

kl. 8:15 – 8:45 i Auditorium 1.
Lineær approksimation. Differentiabilitet.

Forelæsningsens 1. del:

kl. 8:50 – 9:25 i Auditorium 1.

Mål og indhold:

Vi generaliserer differentiationsregler for sammensatte funktioner til funktioner af flere variable; nu indgår de **partielle** afledede. Vi skelner mellem en el-

ler flere "start"variable, en eller flere "undervejs"variable og endelig en "slut"variabel. Skal man differentiere denne "slut"variabel (partielt) med hensyn til den eller de "start"variable, så skal der tages hensyn til alle stier fra start til slut over undervejs.

Resultatet kendes under navnet **kædere-
glen**. Hvis man kan gange matricer sammen, så er der en nem vej at huske reglen: Den lineære approksimation til sammensætningen af to afbildninger er sammensætningen (produktet) af deres lineære approksimationer!

Opgaveregning:

kl. 9:30 – 11:20 i grupperummene.

Approksimation E&P, 12.6, pp. 949 – 950:
27, 29.¹

Opgaver:

Anvendelser 31, 37.²

**Beregninger med kædere-
glen** E&P, 12.7,
pp. 960 – 962: 3, 5, 7, 9.

Differentiabilitet 44.³

Forelæsningsens 2. del:

kl. 11:25 – 12 i Auditorium 1.

Mål og indhold:

Kædere-
glen anvendes til en bestemmelse af tangentlinien til en **implicit given kurve**,

hhv. tangentplanen til en **implicit given flade**⁴. Fremgangsmåden er som følger: Man antager at man kan isolere den ene af variablene⁵; men man behøver ikke at kunne beskrive sammenhængen ved en eksplicit given formel. Man indsætter den ukendte formel i udgangsligningen og differen-

¹Brug $f(x, y) = e^{x^2 - y^2}$, $g(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

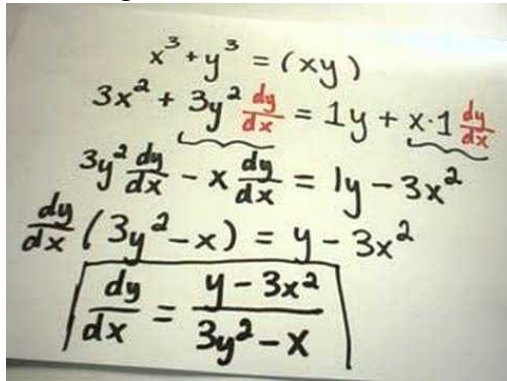
²meter og kvadratmeter i stedet for *ft* og *acre*.

³Vink: Bestem grænseværdien på venstreside af p. 947 (18) for $\mathbf{h} = (h, h)$.

⁴implicit given: beskrevet ved en ligning i 2 variable i planen, hhv. 3 variable i rummet

⁵Et fint teoretisk resultat, kaldet sætning om implicit givne funktioner, sikrer at det som oftest teoretisk er muligt.

tierer partielt. Nu kan man isolere den afledede, hhv. de partielle afledede og dermed bestemme tangentlinie eller tangentplan. Snedigt!


$$\begin{aligned}x^3 + y^3 &= (xy) \\3x^2 + 3y^2 \frac{dy}{dx} &= 1y + x \cdot 1 \frac{dy}{dx} \\3y^2 \frac{dy}{dx} - x \frac{dy}{dx} &= 1y - 3x^2 \\ \frac{dy}{dx} (3y^2 - x) &= y - 3x^2 \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{y - 3x^2}{3y^2 - x}\end{aligned}$$

Litteratur:

E&P Ch. 12.7, pp. 951 – 956.

Wikipedia The chain rule in higher dimensions

Illustration på nettet:

- An Applet for Multivariable Visual Chain Rule

Næste gang:

Torsdag, 14.4., kl. 8:15 – 12:00.
Gradient. Retningsafledede.
E&P, 12.8., pp. 962 – 970.