Repetition og perspektivering:

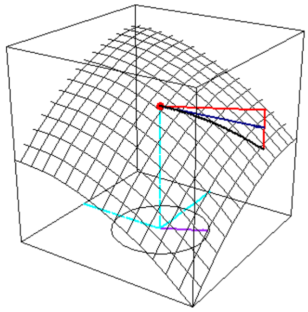
kl. 8:15 – 8:45 i Auditorium 3.
Kæderegel for funktioner af flere variable og anvendelser.

Forelæsningens 1. del:

kl. 8:50 – 9:25 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

De partielle afledede af en funktion beregner tilvæksten i retning af en linje som er parallel med en af koordinatakserne. Hvad med tilvæksten i en anden retning? Hvis denne retning er givet ved enhedsvektoren $\mathbf{u}$, så beregnes den i punktet P ved den retningsafledte $D_{\mathbf{u}}f(P)$ (definition se (3) på p. 963). For $\mathbf{u} = \mathbf{i}$ eller $\mathbf{u} = \mathbf{j}$ får man de partielle afledede tilbage.



Hvordan beregnes retningsafledte? For differentiable funktioner kan man benytte sig af gradientvektoren $\nabla f(\mathbf{x}) = (f_x(\mathbf{x}), f_y(\mathbf{x}))$ for funktionen f og får:

$$D_{\mathbf{u}}f(\mathbf{x}) = \nabla f(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}.$$

Med andre ord: Tilvæksten langs med akseparallele linier bestemmer tilvæksten langs med skrålinier! Differentiabilitet er en stærk egenskab!

Formlen for den retningsafledte har følgende geometriske forklaring: I et givet punkt er vækstraten for f størst i den retning som gradientvektoren beskriver. Og denne største hældning er lig med længden af gradientvektoren i punktet!

Opgaveregning:

kl. 9:30 – 11:20 i grupperummene.

Opgaver:

Partiel differentiation af implicit givne funktioner E&P, 12.7, pp. 960 – 962: 23, 29[1]

Anvendelsesopgaver 33, 35[2]

Gradientvektorer og retningsafledede E&P, 12.8, pp. 971 – 973: 7, 15, 23. Udtegn fladerne (15 og 23) og interpreter resultaterne.

[1] ellipsoide og kugle
[2] En kegle med højde h og basiscirkel med radius r har rumfang $V = \frac{\pi}{3}hr^2$.

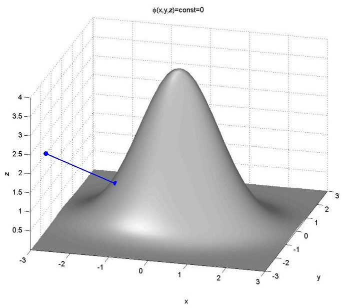
Forelæsningens 2. del:

kl. 11:25 – 12 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

Gradientvektoren har to væsentlige interpretationer:

1. Hvis funktionen f beskriver en flade eksplicit ($z = f(x, y)$), så angiver $\nabla f(x, y)$ den retning i hvilken f vokser stærkest ud fra punktet $P : (x, y)$.
2. Hvis funktionen F beskriver en flade implicit ($F(x, y, z) = a$), så er $\nabla F(x, y, z)$ normal på denne flade i punktet $P : (x, y, z)$.



Litteratur:

E& P Section 12.8: *Directional derivatives and the gradient vector*, pp. 962 – 971.

Wikipedia Directional derivative

Wikipedia Gradient

Næste gang:

Mandag, 18.4., kl. 8:15 – 12:00.
Generelle parameterfremstillinger for flader.
MR, Sect. III.1.2, pp. 96 – 113.
Notesættet kan downloades på kursets hjemmeside.

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST

9940 8855
-

RAUSSEN@MATH.AAU.DK
PEOPLE.MATH.AAU.DK/~RAUSSEN