

Kurver og flader i geometri, arkitektur og design 2. lektion

Martin Raussen

Department of Mathematical Sciences
Aalborg University
Denmark

4. februar 2011

(r, θ) – radius og argument(vinkel) –
bestemmer punkter i planen.

Omregning polær $\mapsto XY$:

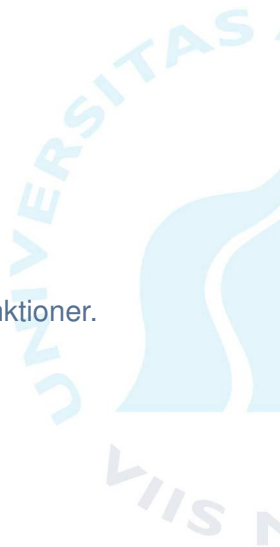
$$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta.$$

Omregning $XY \mapsto$ polær:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, (\cos \theta, \sin \theta) = \left(\frac{x}{r}, \frac{y}{r}\right), r \neq 0.$$

Vinkelbestemmelse: inverse trigonometriske funktioner.

Check kvadranten!



Sfæriske koordinater: (ρ, φ, θ) : radius ρ , breddevinkel $0 \leq \varphi \leq \pi$, længdevinkel $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

Omregning sfærisk \mapsto XYZ:

$$x = \rho \sin \varphi \cos \theta, y = \rho \sin \varphi \sin \theta, z = \rho \cos \varphi.$$

Omregning XYZ \mapsto sfærisk:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \varphi = \cos^{-1}\left(\frac{z}{\rho}\right), (\rho \neq 0),$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, (\cos \theta, \sin \theta) = \left(\frac{x}{r}, \frac{y}{r}\right), r \neq 0.$$

Inverse trigonometriske funktioner.



Længde- og breddekoordinater på en kugle

Storcirkelafstand

- **Breddekoordinat** $\alpha = 90^\circ - \varphi$; $-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$;
nordpol: 90° , sydpol: -90° , ækvator: 0° .
- **Længdekoordinat** $\beta = \begin{cases} \theta & \theta \leq 180^\circ \text{ (øst)} \\ 360^\circ - \theta & \theta \geq 180^\circ \text{ (vest)} \end{cases}$

Storcirkelafstand d mellem punkter $P_1 : (\alpha_1, \beta_1)$, $P_2 : (\alpha_2, \beta_2)$
på kugle med radius R :

$$d = R \cdot \cos^{-1}(\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \cos \Delta\beta + \sin \alpha_1 \sin \alpha_2)$$