

# Kurver og flader i geometri, arkitektur og design 11. lektion

Martin Raussen

Department of Mathematical Sciences  
Aalborg University  
Denmark

7. marts 2011

# Funktioner af flere variable

$f : D \subset \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}, \quad (x, y) \in D \mapsto f(x, y) \in \mathbf{R}.$

**Grafen for  $f$**   $\{(x, y, f(x, y)) \in \mathbf{R}^3 \mid (x, y) \in D\}$  er en **flade** som ligger over definitionsmængden  $D$  **eksplicit** givet ved funktionen  $f$ .

For hvert reelt tal  $k \in \mathbf{R}$  beskriver ligningen  $k = z = F(x, y)$  en eller flere **implicit** givne kurver i  $D \subset \mathbf{R}^2$ .

For en funktion  $G : D \subset \mathbf{R}^3$  og hvert reelt tal  $k \in \mathbf{R}$  beskriver ligningen  $k = F(x, y, z)$  en eller flere **implicit** givne **flader** i  $D \subset \mathbf{R}^3$ .

Hvis  $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x, y) = L$  og  $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} g(x, y) = M$ , så gælder:

- $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x, y) + g(x, y) = L + M$ ;
- $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x, y)g(x, y) = LM$ ;
- $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} \frac{f(x,y)}{g(x,y)} = \frac{L}{M}$  såfremt  $M \neq 0$ .

## Konsekvenser

- Summer, differenser og kvotienter af kontinuerte funktioner er kontinuerte (for kvotienter: nævner  $\neq 0$ !)
- Polynomier i flere variable er kontinuerte
- Rationale funktioner (kvotienter af polynomier) er kontinuerte (undtagen i poler: nævner = 0)