Kurver og flader i geometri, arkitektur og design 18. lektion

Martin Raussen

Department of Mathematical Sciences
Aalborg University
Denmark

14.4.2011

$\nabla f(x,y) = (f_x(x,y), f_y(x,y))$;
$\nabla g(x,y,z) = (g_x(x,y,z), g_y(x,y,z), g_z(x,y,z))$.
Gradientvektor, gradientfelt
$D_{\mathbf{u}} f(a,b) = \lim_{h\to 0} \frac{f((a,b)+h\mathbf{u}) - f(a,b)}{h}$:
Den retningsafledede af f i retning $\mathbf{u} \leftarrow$ enhedsvektor.
Hældning af kurve over linie med parameterfremstilling $(a,b) + h\mathbf{u}$ i punktet $(a,b,f(a,b))$.
Beregning af retningsafledede vha. gradientvektoren:

$$D_{\mathbf{u}} f(a,b) = \nabla f(a,b) \cdot \mathbf{u}$$

Interpretation: Gradientvektor $\nabla f(a,b)$ har

- retning med størst retningsafledede i $P : (a,b,f(a,b))$.
- størrelse $|\nabla f(a,b)|$ = den største retningsafledede i P.

Gradient og implicit givne flader

En flade S er implicit given ved ligningen $F(x, y, z) = 0$,
dvs. den består af alle løsninger til denne ligning.
$(a, b, c) \in S \Leftrightarrow F(a, b, c) = 0$.
Gradientvektoren $\nabla F(a, b, c)$ er en normalvektor til fladen S i $P : (a, b, c)$.
Den er normal til tangentplanen til fladen S i $P : (a, b, c)$.
Ligning for tangentplanen i $P : (a, b, c)$:

$$F_x(a, b, c)(x - a) + F_y(a, b, c)(y - b) + F_z(a, b, c)(z - c) = 0$$