## Repetition og perspektivering

kl. 8:15 – 8:45 i G5-112.
Differentiabilitet. $C^1$-funktioner.

## Opgaveregning

kl.8:45 – 10:30 i grupperummene.

### Opgaver:

**Wade, kap. 11.2 p. 338** Opg. 1(d)[1], 2[2]

**Eksempel** Vis at funktionen $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}, f(x,y) = |xy|$ er differentiabel i $(0,0)$, men ikke engang partielt differentiabel i andre punkter på koordinatakserne.

**Wade, kap. 11.2, p. 338** Opg. 7[3], 8.

## Forelæsning:

kl. 10:30 – 12:00 i G5-112.

### Mål og indhold:

Vi ser på forskellige regneregler for differentialer (Jacobi-matricer) for funktioner af flere variable. Differentialet er en lineær afbildning, og mere end det, en derivation: Den opfylder produktreglen. Den vigtigste regel er *kædereglen* (Thm. 11.28) for funktioner af flere variable, som nemt kan udtrykkes ved lineære afbildninger, hhv. matricer: $D(f \circ g)(\mathbf{a}) = Df(g(\mathbf{a}))Dg(\mathbf{a})$.

I ord: Den bedste lineære approksimation til sammensætningen af to differentiable afbildninger er sammensætningen af de bedste lineære approksimationer til dem hver især.

Den sidste del af forelæsningen bruges på generaliseringer af såvel middelværdisætningen som Taylor-formlen til funktioner af *flere* variable. Som en konsekvens af middelværdisætnigen fås at en $C^1$-afbildning er (lokalt) Lipschitz – der findes en Lipschitz konstant for funktionen på enhver konveks delmængde af enhver kompakt delmængde af funktionens definitionsområde (Wade, Cor. 11.34 eller HSD, Lemma på s. 387). Lipschitz-egenskaben er afgørende for at kunne bruge eksistens-og entydighedssætningen for løsninger af differentialligninger.

Taylor-approksimation og fejlvurdering kan blive nyttige i forbindelse med stabilitetsundersøgelser for dynamiske systemer.

### Litteratur:

**Wade** Kap. 11.5, pp. 352 – 357

## Næste gang:

Tirsdag, den 9.11., kl. 8:15 – 12:00.
Vi vender tilbage til dynamiske systemer: [HSD], kap. 8.1 – 8.2, pp. 159 – 168.

[1] Polære koordinater!

[2] Vis først at de partielle afledede af funktionen i $(0,0)$ giver 0. Hertil skal definitionen (s.322) bruges. Undersøg om $\lim_{\mathbf{h}\to\mathbf{0}} \frac{f(\mathbf{h})-f(\mathbf{0})}{\|\mathbf{h}\|} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{f(x,y)}{\sqrt{x^2+y^2}}$ eksisterer – se f.eks. på hvad brøken giver langs med en ret linie $y = kx$.

[3] Interpretation i polære koordinater: $f(r,\theta) = r\cos(\theta)\cos(2\theta)$

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST
9635 8855
RAUSSEN@MATH.AAU.DK
- HTTP://WWW.MATH.AAU.DK/~RAUSSEN