Repetition og perspektivering

kl. 8:15 – 8:45 i G5-112.
Taylors formel for funktioner af flere variable. Linearisering af dynamiske systemer i ligevægtspunkter.

Opgaveregning

kl. 8:45 – 10:30 i grupperummene.

Opgaver:

Wade, 11.5, p. 357 Opg. 3[1]

HSD, kap. 8, pp. 184 – 185 Opg. 1[2],2[3]

Forelæsning:

kl. 10:30 – 12:00 i G5-112.

Mål og indhold:

Linearisering af et (ikke -lineært) ligningssystem $X' = F(X)$ i et ligevægtspunkt $\mathbf{x}_0$ betyder, at man sammenligner dette system med det lineære system $X' = DF(\mathbf{x}_0)(\mathbf{X})$ givet ved *differentialet/Jacobimatricen* i ligevægtspunktet. Erfaringen viser, at det oprindelige system og det lineariserede system *lokalt* ofte har meget tilfælles. Når ligevægstpunktet er *hyperbolsk*, er de endda lokalt konjugerede til hinanden. Et generelt resultat (The Linearization Theorem, p. 168), også kendt som Hartman-Grobman sætning med et kompliceret bevis.

Vi illustrerer dette resultat i dimension 2 ved at se på ligevægtspunkter hvis linearisering har dræn/kilde/sadelpunkt i origo. Slogan: Hvis lineariseringen giver et dræn, så er ligevægstpunktet et dræn for det oprindelige system (i en omegn). Tilsvarende for en kilde. Herefter undersøges et ikke-lineært system hvis linearisering i et ligevægstpunkt har et *sadelpunkt* i origo. Så har det oprindelige system ligeledes en stabil og en ustabil kurve (løsninger forløber langs kurven og konvergerer mod ligevægstpunktet for $t \to \infty$, hhv. $t \to -\infty$), mens alle andre løsningskurver kun opholder sig i nærheden af ligevægstpunktet i kort (endelig) tid.

Definition:

En lineær afbildning (matrix) kaldes *hyperbolsk* hvis alle dens egenværdier har en realdel *forskellig fra* 0.
Et ligevægtspunkt $\mathbf{x}_0$ kaldes *hyperbolsk* hvis differentialet $DF(\mathbf{x}_0)(\mathbf{X})$ er hyperbolsk.
Baggrund: Positiv realdel: vækst; negativ realdel: "skrump"; realdel 0: ??

Litteratur:

HSD kap. 8.1 – 8.3, pp. 162 – 170.

Wikipedia indeholder oversigtsartikler og links til online-litteratur.

Næste gang:

Torsdag, den 16.11., kl. 8:15 – 12:00.
Indledende faseplans- og stabilitetsundersøgelser.
Litteratur: [HSD], kap. 8.3 –8.4, pp. 170 – 176, kap. 9.1, pp. 189 – 191.

[1] Vink til (a): $x = (x+1) - 1, y = (y-1) + 1$
[2] Vælg nogle af eksemplerne; eksperimenter med faseplotteren!
[3] Prøv med $u = x + ay^2, v = y, w = z + by^2$ og valg a, b med omtanke!
Inspiration: Det første eksempel i 8.1, pp. 161 – 162.

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST
9635 8855
RAUSSEN@MATH.AAU.DK
- HTTP://WWW.MATH.AAU.DK/~RAUSSEN