

Repetition og perspektivering

kl. 8:15 – 8:45 i G5-112.

Liapunovfunktioner og stabilitet. Attraktionsskål.

Opgaveregning

kl. 8:45 – 10:30 i grupperummene.

Opgaver:

HSD, kap. 9, p. 211 – 212 Opg. 2.¹

Eksempel Vis, at Origo er et *globalt asymptotisk stabilt* ligevægtspunkt for det dynamiske system²

$$x' = -x - y, \quad y' = x - y^3.$$

HSD, kap. 9, p. 212 Opg. 6³

Forelæsning:

kl. 10:30 – 12:00 i G5-112.

Mål og indhold:

Indtil videre har vi hovedsageligt bekæftiget os med dynamiske systemer i 2D. Generelt set bliver teorien meget mere kompliceret i højere dimensioner og kaosfænomenet titter frem. Men for *lineære* systemer af formen $X' = \mathbf{A}X$ (hvor \mathbf{A} er en

konstant $n \times n$ -matriks) kan man stadigvæk regne og argumentere sig frem til løsningen:

Hvis der findes en egenvektorbasis for \mathbf{R}^n (specielt, hvis matricen har n forskellige egenverdier), så er \mathbf{A} kompleks diagonaliserbar og derfor reelt konjugeret til en reel matriks som er blokvis diagonal (med 1×1 og 2×2 -blokke på diagonalen). Herfra kan den generelle løsning bestemmes (Theorem på side 110 – 111) og analyseres. Som tidligere er løsningens koordinatfunktioner sammensat af eksponentialfunktioner og trigonometriske funktioner.

Hvis matricen har egenverdier hvor den geometriske og den algebraiske multiplicitet afviger fra hinanden, så kommer også polynomielle funktioner med ind i billedet – som eksemplerne i kap. 6.3 viser. En systematisk metode til at finde løsninger for generelle matricer vha. eksponentialfunktionen for matricer behandles næste gang.

Litteratur:

HSD kap. 6.1, pp. 107 – 113; kap. 6.3, pp. 119 - 122.

Næste – og sidste – gang:

Tirsdag, den 28.11., kl.8:15 – 12:00.

Eksponentialafbildning for matricer.

Litteratur: [HSD], kap. 6.4, pp. 123 – 130.

¹Prøv først i hånden og bagefter med plotteren.

²Prøv at finde en Liapunov funktion $L(x, y) = ax^2 + by^2$ som er negativ definit i hele planen

³Forsøg med funktionen $L(x, y) = 2x^2 + y^2$.