Repetition, perspektivering og en smule nyt stof

kl. 8:15 – 9:30 i G5-112.

Mål og indhold:

Først de vigtigste begreber fra sidste gang: Begyndelsesværdiproblem, ligevægtspunkter, faselinie, bifurkationsdiagram. Herefter to nye begreber (flow, Poincaré-afbildning) ved definition og eksempel. Beregningen af Poincaré-afbildningen i høst-eksemplet (fra s. 12 nederst i lærebogen) tager vi med lidt hånd – det skal ikke umiddelbart bruges i deg efterfølgende. Til gengæld vil jeg forklare lidt mere om hvorfor Poincaré-afbildningen er vigtig: Et tidskontinuerligt problem sættes i relation til et *diskret* problem.

Vigtige definitioner:

flow, s.12 svarende til en differentialligning $x'(t) = f(x(t))$: $\Phi(t, x_0)$ er løsningen til begyndelsesværdiproblemet $x'(t) = f(x(t)), x(0) = x_0$ til tidspunktet t – såfremt en éntydig løsning eksisterer! Man kan forestille sig en flow som en samling af bevæ-gelser langs med faselinien – med t interpreteret som tiden.

Poincaré-afbildning, s.11 Flow til tidspunktet 1: $p(x_0) = \Phi(1, x_0)$.

Litteratur:

M.W. Hirsch, S. Smale, R.L Devaney, *Differential Equations, Dynamical Systems & an Introduction to Chaos*, kap. 1.1-1.5, s. 1-15.

Opgaveregning:

kl. 9:30 – 11:15 i grupperummene.

Opgaver:

[HSD], s. 15: Exploration: så langt som I nu kan nå.
For at komme i gang: Undersøg $f_{1,0}(x) = x - x^3$. Og gør brug af Conrads `DFIELD`-plotter.
Vink: Det er afgørende at finde ud af hvor mange rødder (nulpunkter) funktionen $f_{a,b}$ har (mindst et, højst 3 – hvorfor?) og at bruge denne information på differentialligningernes faselinier. Polynomiet $f_{a,b}$ har en dobbeltrod, hvis en rod til dens aflede-de $f'_{a,b}$ samtidig er rod i $f_{a,b}$ selv (hvorfor mon?) Med denne information kan man bestemme en ligning for den randkurve i *ab*-planen, som omtales i opgavens punkt 5.

Afsluttende forelæsning

kl. 11:15 – 12:00 i G5-112.

Mål og indhold:

De fleste matematiske modeller kan ikke presses ind i en enkel 1. ordens differentialligning. De har ofte højere orden (på basisåret hørte I om visse 2den ordens differentialligninger) eller de er "født"som *systemer* af differentialligninger. I første omgang behandler vi *lineære 2D*-systemer (med konstante koefficienter). Vi beskriver et sådant system på formen: $X'(t) = AX(t)$. Her er A en 2×2-matrix medens $X(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$ er en vektorfunktion – som beskriver en kurve i planen (basisår!) Når man kender til egenværdier og egenvektorer til matricen A (basisår), er det nemt at finde løsninger af systemet. De vigtigste resultater er de to teoremer på bogens s. 35 og 36, som beskriver den generelle løsning af et 2D lineært ligningssystem med konstante koefficienter (under visse antagelser).

Når man interpreterer en anden-ordens differentialligning som et system af to koblede første-ordens differentialligninger (begge dele med konstante koefficienter), så genopdager man de løsninger I har hørt om på basis.

Litteratur:

M.W. Hirsch, S. Smale, R.L Devaney, *Differential Equations, Dynamical Systems & an Introduction to Chaos*, kap. 2.1.-2.2, s. 21 – 26, 2.6-2.7, s. 33 – 36.

Næste gang:

Torsdag, den 7.9., kl. 8:15 – 12:00.
Faseportrætter for prototyper af lineære systemer.
Litteratur: [HSD], kap. 3.1 – 3.3, s. 39 – 49.

Fredrik Bajersvej 7G
9220 Aalborg Øst
9635 8855
raussen@math.aau.dk
- http://www.math.aau.dk/~raussen