

## Repetition og Perspektivering:

kl. 8:15 – 8:40 i lokale G5-112.

Holomorfe funktioner: Definition og karakterisering ved Cauchy-Riemann differentialligninger.

Analytiske funktioner er holomorfe.

## 1. forelæsning:

kl. 8:50 – 9:25 i lokale G5-112.

### Mål og indhold:

Hvorfor er en analytisk funktion  $f$  holomorf? Vi ser på funktionen  $g$  som fås ved at differentiere potensrækken der definerer  $f$  led for led. Så vises:

1. I hvert punkt har de potensrækker der definerer  $f$  hhv.  $g$  samme konvergensradius – og den ledvist differentierede potensrække definerer derfor en funktion  $g$  med samme definitionsområde som  $f$ .

2.  $f' = g$ .

I beviset for (2) bør man tilføje til de argumenter givet i [AJ]:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s'_n(z_1) - g(z_1) = 0.$$

Dette følger af konvergens for den potensrække der definerer  $g$ .

### Litteratur:

AJ Jensen, *A short introduction to complex analysis*, ch. 2, pp. 5 – 8.

Wikipedia Holomorphic function

## Opgaveregning:

kl. 9:30 – 11:20 i grupperummene.

<sup>1</sup>Vink: Differentier ligningen  $u^2 + v^2 = c$  partielt mht.  $x$  og  $y$ . (CR-DL) fører til et lineært ligningssystem i  $u_x, v_x$  med den ønskede entydige løsning!

## Opgaver:

Bevis Theorem 2.5, 1. del.<sup>1</sup>

AJ, p. 8 7, 9.

**Fibonacci-rækken**  $\sum_{k=0}^{\infty} c_k z^k$  har Fibonacci-tallene som koefficienter.

Vis at rækken har en positiv konvergensradius og dermed definerer en holomorf funktion  $f$ .

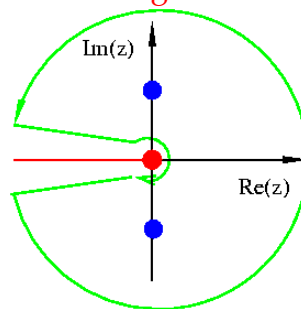
Bestem denne (rationale!) funktion  $f$  ved at sammenligne med potensrækkerne for funktionerne  $f(z)$ ,  $zf(z)$  og  $z^2 f(z)$ .

## 2. forelæsning

kl. 11.25 – 12:00 i lokale G5-112.

### Mål og indhold:

Vi begynder med at forberede et indblik i mange af de forbløffende egenskaber som holomorfe funktioner har (modsat funktioner som bare er reelt partielt differentiable!) Mange af dem viser sig gennem en sammenhæng mellem værdien af en holomorf funktion og værdien af et kurveintegral af en relateret funktion langs med en (lukket) kurve. Derfor et kort intermezzo om **kurveintegraler**:



Kuverterne som integreres over vil altid være givet ved stykkevis differentiable funktioner på et reelt interval. De samme kurver kan være givet ved mange forskellige

**parameterfremstillinger**, som relateres ved **reparametriseringer**. Definition 3.9 præciserer begrebet kurveintegrals langs med en (parametriseret) kurve; bemærk at integranden er en kompleks funktion og at resultatet bliver et komplekst tal. I Theorem 3.11. vises det at kurveintegralet er **uafhængig af parameterfremstillingen** for kurven.

**Litteratur:**

**AJ** Jensen, *A short introduction to complex analysis*, ch. 3, pp. 8 – 11.

**Wikipedia** Line integral

**Næste gang:**

Onsdag, den 3.3., kl. 8:15 – 12:00.

Fortsættelse af reel analyse (integration) ved Lisbeth Fajstrup.

Kompleks analyse fortætter den 7.4.