Optimalt vareindkøb

Et grundlæggende problem i detail-handel med letfordærvelige varer (mælk, fersk kød, aviser o.l.) er, hvor meget der skal bestilles hjem. Bestilles for meget hjem må usolgte varer kasseres, og bestilles for lidt, går man glip af en fortjeneste.

Antag, at en kioskejer bestiller et antal aviser q hjem hver morgen. Aviserne koster i indkøb c kr. pr. styk og videresælges til en pris af $p > c$ kr. pr. styk. Efterspørgslen en given dag benævnes D. Kioskens fortjeneste er dermed

$$F = \min(D, q)p - qc$$

hvor

$$\min(D, q) = \begin{cases} D & \text{hvis } D \leq q \\ q & \text{hvis } D > q \end{cases}$$

angiver det solgte antal aviser (der jo ikke kan overstige q).

Problemet er nu, at efterspørgslen den pågældende dag er ukendt. Vi betragter derfor D som en stokastisk variabel. Dermed bliver fortjenesten også en stokastisk variabel, hvis fordeling afhænger af q. En strategi for at vælge q kan nu være at vælge det q, som giver størst mulig forventet fortjeneste $\mathbb{E}F$.

Antag $c = 4$, $p = 8$ og D er Poisson-fordelt med middelværdi 50 (sidstnævnte baseret på kioskejerens erfaringer). Antag også, at $q = 50$.

1. Brug Monte Carlo metoden til at estimere $\mathbb{E}F$. Beregn konfidensinterval for estimatet.

2. Hvad er spredningen for F ?

3. Tegn et histogram for F.

4. Estimer $\mathbb{E}F$ for $q = 40, 50, 60$. Gør dernæst det samme men med $p = 5$ og $p = 20$. Hvad er det optimale q afhængig af avancen $p - c$ pr. solgt avis ?

5. Hvad er sandsynligheden for at tabe penge ($F < 0$) når $c = 4$, $p = 5$ og $q = 60$?

Nyttige R-kommandoer:

```
> demand=rpois(nsim,mu)#nsim og mu er antal simulationer og middelvaerdi
> antalsolgte=demand
> antalsolgte[demand>q]=q
> antalsolgte=pmin(demand,q)#alternativ beregning
```

For en Poisson fordeling er variansen altid lig med middelværdien. For at undersøge hvordan $\mathbb{E}F$ afhænger af usikkerheden på D, antager vi nu, at D er normalfordelt med middelværdi 50 og forskellige varianser (normalfordelingen er ganske vist ikke for heltallige variable, men vi kan altid afrunde til nærmeste heltal).

6. Estimer $\mathbb{E}F$ med $q = 50$, $c = 4$ og $p = 8$ og med D normalfordelt med middelværdi 50 og spredninger 2, 7 eller 15. Hvordan påvirkes den forventede fortjeneste af usikkerheden på D ?

Nyttig R-kommando:

```
> demand=rnorm(nsim,mu,sigma)#mu og sigma er middelvaerdi og spredning
```

7. For at estimere middelværdien af D opsamler kioskejeren over tre uger følgende 21 observationer af D: `45 47 42 45 44 47 56 28 45 49 47 32 51 41 52 40 40 44 38 47 44`.

   Estimer middelværdien af D baseret på disse observationer og beregn et 95% konfidensinterval. Passer data med antagelsen om, at middelværdien er 50 ?