

# Repetition

Rasmus Waagepetersen  
Institut for Matematiske Fag Aalborg Universitet

February 20, 2022

# Stokastisk variabel og middelværdi

$X$ : stokastisk (tilfældig) variabel.

$P(X = m)$  er sandsynligheden for at  $X = m$  og  $\mathbb{E}X$  er den forventede værdi af  $X$

$\mathbb{E}X$  udregnes som den vægtede sum af  $X$ 's værdier  $m$  vægtet med de tilsvarende sandsynligheder  $p(m) = P(X = m)$ .

Regneregler:

$$\mathbb{E}[X + Y] = \mathbb{E}X + \mathbb{E}Y \quad \mathbb{E}aX = a\mathbb{E}X$$

# Binomialfordeling

Antag  $n$  eksperimenter med to mulige udfald, f.eks. 0 og 1, gentages  $n$  gange uafhængigt af hinanden og at sandsynligheden for at få 1 er  $p$ .

Da er antal 1'ere en stokastisk variabel  $X$  som er binomialfordelt  $b(n, p)$ .

$$\mathbb{E}X = np \quad P(X = m) = \binom{n}{m} p^m (1 - p)^{n-m}$$

for  $m = 0, 1, 2, \dots, n$ .

Sandsynligheder og fraktiler kan udregnes vha. `dbinom`, `pbinom` og `qbinom`

## Et 'sikkert' spil

Du kaster en uærlig mønt med ssh 0.6 for krone og 0.4 for plat.

Ved plat betaler du 1 krone og ved krone modtager du 1 krone.

Hvad er din forventede gevinst for et spil ? for  $n$  spil ?

Hvad er sandsynligheden for at have en positiv gevinst efter  $n$  spil ? Lad  $X$  angive antal krone ud af  $n$  spil. Hvad er  $X$ 's fordeling ?

$$P(\text{positiv gevinst}) = P(X > n-X) = P(X > n/2) = 1 - P(X \leq n/2)$$

Hvis vi spiller 100 gange, hvad er så 5% fraktilen for din gevinst ?  
Løsning: find 5% fraktilen for  $X$  og beregn den tilsvarende gevinst.

## Et farligt spil

Du starter med 100 kr. og kaster en ærlig mønt. Ved krone øges din formue med 50%. Ved plat mindskes din formue med 40 %.

Hvad er din forventede gevinst efter 1 spil ?

Man kan vise, at forventede gevinst efter  $n$  spil er  $100 \cdot 1.05^n$ , dvs. eksponentiel vækst !!

Men hvad er sandsynligheden for at du har øget din formue efter 200 spil ? Lad os se på nogle simulationer !

Teoretisk beregning ( $X$  antal kroner)

$$100 \cdot 1.5^X \cdot 0.6^{200-X} > 100 \Leftrightarrow X > \frac{-200 \log 0.6}{\log 2.5} = 111.4986$$

Dernæst kan vi bruge pbinom

Vi kan også beregne forventet værdi efter 200 spil. Mulige værdier

$$100 \cdot 1.5^m \cdot 0.6^{200-m}$$

skal vægtes med sandsynlighederne  $P(X = m)$  hvor  $X$  binomialfordelt  $b(200, 0.5)$ .

Dvs.

$$P(X = m) = \binom{200}{m} 0.5^m 0.5^{200-m}$$

Her kan vi bruge `dbinom`

NB: resultat stemmer med formel  $100 \cdot 1.05^{200}$