

---

## Opgaver til lektion 2

---

### Opgave 1

Antag at  $X$  er standard normalfordelt, dvs.  $X \sim \mathcal{N}(0,1)$ . Bestem følgende sandsynligheder

1.  $P(X \leq 0,6)$
2.  $P(X \geq -1,5)$
3.  $P(-1 \leq X \leq 2)$

### Opgave 2

1. Antag  $X \sim \mathcal{N}(4,9)$ . Bestemt sandsynligheden  $P(X \leq 6,4)$ .
2. Antag  $X \sim \mathcal{N}(5,16)$ . Bestemt sandsynligheden  $P(X \geq 0,2)$ .
3. Antag  $X \sim \mathcal{N}(3,4)$ . Bestemt sandsynligheden  $P(1 \leq X \leq 7)$ .

### Opgave 3

Antag at højden blandt værnepligtige mænd kan betragtes som værende normalfordelt med middelværdi 173,3 cm og varians  $6,4^2 \text{cm}^2$ . Antag vi har en stikprøve på 1000 værnepligtige mænd. Af disse 1000, hvor mange vil vi (ca.) forvente er...

1. ...over 170cm højde?
2. ...over 180cm højde?
3. ...over 190cm højde?
4. ...over 200cm højde?

### Opgave 4

Antag at  $X \sim \mathcal{N}(2,3)$ .

1. Bestem  $x$ , så  $P(X \leq x) = 0,64$

2. Bestem  $x$ , så  $P(X \leq x) = 0,36$
3. Bestem  $x$ , så  $P(X \geq x) = 0,22$
4. Bestem  $x$ , så  $P(2,2 \leq X \leq x) = 0,25$

### Opgave 5

Antag  $\bar{X}$  er gennemsnittet af  $n$  normalfordelte målinger  $X_1, \dots, X_n$  hver med middelværdi 10 og varians 4.

1. Antag  $n = 5$  og bestem  $a$  så  $P(|\bar{X} - 10| \leq a) = 95\%$ .
2. Bestem  $n$  så  $P(|\bar{X} - 10| \leq 0.1) = 95\%$

### Opgave 6

- a) Lad  $X$  være en kontinuert stokastisk variabel, der angiver målingen af en længde, og antag  $X \sim \mathcal{N}(10, 0.04)$ . Bestem  $a$  således, at

$$P(10 - a < X < 10 + a) = 0.95$$

- b) Antag, at  $Y$  er en stokastisk variabel med samme fordeling som  $X$ , samt at  $X$  og  $Y$  er uafhængige. Bestem den forventede værdi og variansen af  $(X + Y)/2$ . Hvilken fordeling følger  $(X + Y)/2$ ?
- c) Bestem  $b$  således, at

$$P(10 - b < \frac{X + Y}{2} < 10 + b) = 0.95$$

Sammenlign  $a$  og  $b$  og fortolk forskellen.