

NB: Forbehold for trykfejl - meld venligst tilbage hvis I finder nogen !

2008

1.

1.1 (jeg går ud fra, at der skulle have stået $2x_3$ i den nederste ligning)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad d = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

1.2 -9. Ja.

1.3

$$\frac{1}{-9} \begin{bmatrix} 4 & -1 & -3 \\ 10 & -7 & 6 \\ -11 & 5 & -3 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Med i alt $3x_2$ (og $0x_3$) i nederste ligning fås

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 3 & 0 \end{bmatrix} \quad |A| = 9 \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1/3 \\ 2 & -1 & 2/3 \\ -1/3 & 1/3 & -1/3 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} -4/3 \\ 5/3 \\ -1/3 \end{bmatrix}$$

2.

2.1

$$f_x(x, y) = 8xy - 2y^2 + y \quad f_y(x, y) = 4x^2 - 4yx + x$$

2.2 Indsæt punkter i de partielle afledede og check, at det giver nul.

2.3 Ved hjælp af tilstrækkelige betingelser baseret på 2. ordens afledede ses det, at $(-1/12, 1/6)$ er et lokalt minimum. Vi kan ikke afgøre, om $(0, 0)$ er et lokalt minimum eller maximum ud fra disse betingelser, da $f_{xx}(0, 0) = f_{yy}(0, 0) = 0$. Der kan være tale om et saddepunkt.

3.

3.1 $x = 5, y = 5$ ($\lambda = -15$). Lokalt maximum (vi nåede dog ikke at se på kriterier for max/min i tilfældet med bibetingelser).

3.2 skip denne delopgave.

2009 1.

1.1 Udregn AA^{-1} og check at det giver I .

2.

2.1 Udregn

$$BA = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

og dernæst

$$A = B^{-1}BA = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$$

2.2 Udregn

$$B = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \quad AB = \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ 37 & -14 \end{bmatrix}$$

Det ses, at $AB \neq BA$.

3.

3.1 $f_x(x, y) = -2x + 2 + 3y$ $f_y(x, y) = 2 - 8y + 3x$

3.2 Indsæt punktet og check, at de partielle afledede giver nul. For at checke, at det er det eneste stationære punkt er der flere muligheder: 1) man kan løse ligningerne $f_x(x, y) = 0$ og $f_y(x, y) = 0$ og checke at der kun er en løsning 2) man kan udregne de 2. ordens afledede og checke at funktionen er strengt konkav - dvs. entydigt max.

3.2 $f_{xx}(x, y) = -2$, $f_{yy}(x, y) = -8$ og $f_{xy}(x, y) = 0$. Det tilstrækkelige kriterie baseret på 2. ordens afledede giver da max.

4.1 $x^2 + 2$.

4.2 $y = x^3/3 + 2x + 3$.

2010

1.

1.a

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & -4 \end{bmatrix} \quad d = \begin{bmatrix} -3 \\ 9 \\ -11 \end{bmatrix}$$

1.b Udregn AA^{-1} og check at det giver I .

1.c

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

2.

2.a $(-2, 4)$

2.b max.

3.

a,b $4x + 3 \exp(x) + 3x \exp(x)$

4.

a $-2/3$ b $-2/3$.

2010 reeks 1.a

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix} d = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 14 \end{bmatrix}$$

1.b Udregn AA^{-1} og check at det giver I .

1.c

$$x = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

2.

2.a $1/(x+y)$ $1/(x+y)$. Intet stationært punkt. 2.b $y > -x$.

3.

3.a $f_x(x, y) = -8x + 3y$ $f_y(x, y) = -2y + 3x$. Stationært punkt $(0, 0)$.

3.b max.

4.

a $1/3$ b $-1/9$

2011

1.

0.000488

2.

2.a

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} d = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ 12 \end{bmatrix}$$

2.b 7. Entydig løsning.

2.c $z_1 = 4$.

3.

3.a $g(x, y) = \ln f(x, y)$. $g_x(x, y) = 2/(x+1) - x$ og $g_y(x, y) = -2y + 4$. Ved indsættelse af $(1, 2)$, ses punktet at være stationært punkt.

3.b Ved brug af tilstrækkeligt kriterie baseret på 2. ordens afledede ses, at der er tale om max.

4.

a og b: stationære punkter $(0, 0)$ og $(9/8, 81/64)$.

2011 reeks

1.

$2 \exp(2x)/3$

2.

2.a $3x_1 + 2x_2 = 8$ $x_2 - 3x_3 = 0$ $x_1 + x_2 + x_3 = 6$.

2.b Udregn AA^{-1} og check lig I .

2.c

$$x = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3.

3.a Indsæt $(1, 2)$ i partielle afledede for h , og check at det giver nul.

3.b Ved brug af tilstrækkeligt kriterie baseret på 2. ordens afledede ses, at der er tale om max.

4.

a $dw/dx = -8x - 9$ b $-9/8$.