Domar's model

$I(t)$: investering pr. tidsenhed. $Y(t)$: indkomst(=efterspørgsel) pr. tidsenhed.

Opsparing $S(t) = sY(t)$ (s den andel af indkomsten, der opspares). Antagelse:

$$I(t) = S(t) \Rightarrow I(t) = sY(t) \Rightarrow s\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{s}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

Endvidere $K(t)$ og $\kappa(t)$ henholdsvis investeret kapital og produktionskapacitet. Antagelse:

$$\frac{\kappa(t)}{K(t)} = \delta \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\kappa}{\mathrm{d}t} = \delta\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}t} = \delta I(t)$$

Endvidere ligevægtsantagelse: produktionskapacitet går dels til forbrug og dels til "investeringsaktiver"

$$\kappa(t) = C(t) + I(t) \Rightarrow \kappa(t) = Y(t) \Rightarrow \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\kappa}{\mathrm{d}t}$$

Kombineres $\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\kappa}{\mathrm{d}t}$, $\frac{\mathrm{d}\kappa}{\mathrm{d}t} = \delta I(t)$ og $\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{s}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$ fås

$$\frac{1}{s}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \delta I(t) \Leftrightarrow \frac{\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}}{I(t)} = s\delta \Leftrightarrow \frac{\mathrm{d}\ln I}{\mathrm{d}t} = \delta s \Leftrightarrow I(t) = A\exp(\delta st)$$

Ligevægts-investeringsrate: $r = \delta s$.

Antag $I(t) = A\exp(rt)$ hvor $r > \delta s$:

$$\frac{Y'(t)}{\kappa'(t)} = \frac{I'(t)/s}{\delta I(t)} = \frac{rI(t)}{\delta sI(t)} = \frac{r}{\delta s} > 1$$

Dvs. paradox: $Y(t)$ (indkomst/efterspørgsel) vokser hurtigere end produktionskapaciteten når investeringsraten er større end den rate der kræves for ligevægt !