Repetition: ubestemt integrale

For en funktion f er det *ubestemte* integrale

$$\int f(z)\mathrm{d}z$$

defineret som *mængden af funktioner* $F(z) + c$, $c \in \mathbb{R}$, hvor F er en funktion, som opfylder

$$F'(z) = f(z).$$

F kaldes en stamfunktion til f.

Ex: for $g(z) = z$ er $G(z) = z^2/2$ en stamfunktion og

$$\int g(z)\mathrm{d}z = \frac{1}{2}z^2 + c, c \in \mathbb{R}$$

Nogle regler for integration:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} kf(x) = kf'(x) \Rightarrow \int kf(x)\mathrm{d}x = kF(x) + c = k \int f(x)\mathrm{d}x$$

("konstant må sættes udenfor")

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x) \Rightarrow \int f(x) + g(x)\mathrm{d}x =$$
$$F(x) + G(x) + c = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$$

("integrale af sum lig sum af integraler")

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)g(x) = f'(x)g(x) + g'(x)f(x) \Rightarrow \\
\int [f(x)G(x) + F(x)g(x)]\mathrm{d}x = F(x)G(x) + c \Rightarrow \\
\int f(x)G(x)\mathrm{d}x = F(x)G(x) - \int F(x)g(x)\mathrm{d}x
\end{aligned}
$$

("partiel integration")

$$
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x) \Rightarrow \int f(g(x))g'(x)\mathrm{d}x = F(g(x)) + c
$$

$$
\int f(g(x))g'(x)\mathrm{d}x = \int f(u)\mathrm{d}u \quad u = g(x) \quad \mathrm{d}u = g'(x)\mathrm{d}x
$$

("substitution")

Ex:

$$\int x^2 \exp(x)\mathrm{d}x \quad \int exp(x^3)4x^2\mathrm{d}x$$