Rettevejledning 4. Lektion

16.1.3 b

$y'' + 6y' + 5y = 10$ og $y(0) = 4$, $y'(0) = 2$

Partikulær løsning $(a = 5 \neq 0)$ $y_p = \frac{10}{5} = 2.$

Løsning til homogen ligning:

$D = 6^2 - 4 \cdot 5 = 16 > 0.$ $\sqrt{D} = 4$

Rødder i karakteristisk ligning

$r_1 = \frac{-6+4}{2} = -1$ $r_2 = \frac{-6-4}{2} = -5$

Dvs $y_c = A_1 e^{-t} + A_2 e^{-5t}.$

Bestemmer A_1 og A_2

$$\begin{matrix} y(0) = 4 \\ y'(0) = 2 \end{matrix} \iff \begin{matrix} A_1 + A_2 + 2 = 4 \\ -A_1 - 5A_2 = 2 \end{matrix} \iff \begin{matrix} A_1 + A_2 = 2 \\ -A_1 - 5A_2 = 2 \end{matrix}$$

$$\iff \begin{matrix} A_1 + A_2 = 2 \\ -4A_2 = 4 \end{matrix} \iff \begin{matrix} A_1 = 3 \\ A_2 = -1 \end{matrix}$$

Dvs

$$y(t) = 2 + 3e^{-t} - e^{-5t}$$

Check: se næste side!

Check:

$$y(0) = 2 + 3 - 1 = 4 \checkmark$$

$$y'(t) = -3e^{-t} + 5e^{-5t}$$

$$y'(0) = -3 + 5 = 2 \checkmark$$

$$y''(t) = 3e^{-t} - 25e^{5t}$$

$$y'' + 6y' + 5y = 3e^{-t} - 25e^{-5t} + 6\left(-3e^{-t} + 5e^{-5t}\right) + 5\left(2 + 3e^{-t} - e^{-5t}\right) =$$

$$3e^{-t} - 25e^{-5t} - 18e^{-t} + 30e^{-5t} + 10 + 15e^{-t} - 5e^{-5t} =$$

$$10 \checkmark$$