

Øvelse 1.3 Angiv udfaldsrum

a) To kast med én terning

$$\mathcal{U} = \{ (1,1); (1,2); (1,3); \dots; (1,6); \\ (2,1); (2,2); (2,3); \dots; (2,6); \\ \vdots \\ (6,1); (6,2); (6,3); \dots; (6,6) \}$$

b) Et kast med to terninger (antag vi ikke kan se forskel på terningerne - hvis vi kan, fx. ved farve, da som (a))

$$\mathcal{U} = \{ \{1,1\}; \{1,2\}; \dots; \{1,6\}; \\ \{2,1\}; \{2,2\}; \dots; \{2,6\}; \\ \vdots \\ \{6,6\} \}$$

c) et nyfødt barns vægt

$$\mathcal{U} =]0; \infty[\text{ eller } \mathcal{U} =]v_1; v_2[\text{ kender evt. øvre og nedre grænser}$$

d) et nyfødt barns længde og vægt

$$\mathcal{U} =]l_1; l_2[\times]v_1; v_2[= \{ (l, v) \mid l_1 < l < l_2 \wedge v_1 < v < v_2 \}$$

Opgave 1.1

$$P(A) = 0.10 \quad P(B) = 0.15 \quad P(A \cap B) = 0.05$$

$$a) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.10 + 0.15 - 0.05 = \underline{\underline{0.20}}$$

$$b) P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.20 = \underline{\underline{0.80}}$$

Opgave 1.2 5 symmetriske mønter kastes samtidig, observeres plat eller krone

Beregn ss. for mindst én plat (dvs. 1, 2, 3, 4 eller 5 plat)

A: ingen plat

$$P(A) = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{2^5} = 0.03$$

$$P(\bar{A}) = 1 - 0.03 = \underline{\underline{0.97}}$$

Opgave 1.3 Kast én gang med symmetrisk terning

A: # øjne ulige, dvs. $A = \{1, 3, 5\}$ $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

B: # øjne mindre end 4, dvs. $B = \{1, 2, 3\}$ $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

Øvelse 1.16 Hint: se eksempel 10

12 el-pærer med 5 defekte (dvs. 7 perfekte)

Uordnet uden tilbagelægning udtages 4 pærer $\left(\frac{n!}{k!(n-k)!}\right)$

$f(x)$: ss. udtagelse netop x defekte

Antal måder udtagelse 4 ud af 12 pærer: $\binom{12}{4} = \frac{12!}{4!8!} = 495$

Antal måder udtagelse netop x defekte: $\binom{5}{x} \binom{7}{4-x} = \frac{5!}{x!(5-x)!} \frac{7!}{(4-x)!(3+x)!}$

$$f(0) = \frac{\binom{5}{0} \binom{7}{4}}{\binom{12}{4}} = \frac{7! \cdot 4! \cdot 8!}{3! \cdot 4! \cdot 12!} = \frac{7}{99}$$

$$f(1) = \frac{\binom{5}{1} \binom{7}{3}}{\binom{12}{4}} = \frac{5! \cdot 7! \cdot 4! \cdot 8!}{1! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 12!} = \frac{35}{99}$$

$$f(2) = \frac{\binom{5}{2} \binom{7}{2}}{\binom{12}{4}} = \frac{5! \cdot 7! \cdot 4! \cdot 8!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 5! \cdot 12!} = \frac{42}{99}$$

$$f(3) = \frac{\binom{5}{3} \binom{7}{1}}{\binom{12}{4}} = \frac{5! \cdot 7! \cdot 4! \cdot 8!}{3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 6! \cdot 12!} = \frac{14}{99}$$

$$f(4) = \frac{\binom{5}{4} \binom{7}{0}}{\binom{12}{4}} = \frac{5! \cdot 4! \cdot 8!}{4! \cdot 1! \cdot 12!} = \frac{1}{99}$$

KONTROL: $f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = \frac{7 + 35 + 42 + 14 + 1}{99} = 1 \quad \checkmark$

Øvelse 1.24

n personer

Hint: Brug komplementær hændelse

$$a) P(\text{mindst to fødselsdag samme dag}) = 1 - P(\text{ingen fødselsdag samme dag})$$

$$\text{antal } n \text{ fødselsdage} : 365^n$$

$$\text{antal } n \text{ forskellige fødselsdage} : 365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot (365 - n + 1)$$

$$P(\text{mindst to fødselsdag samme dag}) = 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot (365 - n + 1)}{365^n}$$

$$\bullet n = 23 \quad P(\text{mindst to fødselsdag samme dag}) = 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot 343}{365^{23}} = \underline{\underline{0.51}}$$

dvs. for kun 23 personer vil der være over 50% chance

for at to personer har fødselsdag samme dag

Øvelse 1.27

$$P(\text{"frø spirrer"}) = 0.6$$

$$\text{dvs } P(\text{"frø spirrer ikke"}) = 0.4$$

3 frø såes og spirrer uafh. af hinanden

$$a) P(\text{"alle frø spirrer"}) \stackrel{\text{uafh}}{=} 0.6^3 = \underline{\underline{0.216}}$$

$$b) P(\text{"ingen frø spirrer"}) \stackrel{\text{uafh}}{=} 0.4^3 = \underline{\underline{0.064}}$$