

Opgave 6.1

$$X_i \sim N(\mu, \sigma^2) \quad i=1, \dots, 5$$

$$x_1 = 1.1 \quad x_2 = 0.9 \quad x_3 = 1.0 \quad x_4 = 0.7 \quad x_5 = 1.3$$

a) $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{5} \cdot 5 = 1$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{4} (0.1^2 + 0.1^2 + 0.3^2 + 0.3^2) = 0.05 \Rightarrow s = \sqrt{0.05}$$

Estimat for spredningen på X_i : $\underline{s = \sqrt{0.05} \approx 0.22}$

b) Estimat for spredningen på $\bar{X}$: $\underline{\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{0.05}}{5} = \sqrt{0.01} = 0.1}$

Bemærk mindre spredning på gennemsnittet end den enkelte måling.

Antag $\sigma = 0.2$

c) 95% Konfidensinterval på μ :

$$[\bar{x} - 1.96 \sigma / \sqrt{n}; \bar{x} + 1.96 \sigma / \sqrt{n}]$$

$$= [1 - 1.96 \cdot 0.2 / \sqrt{5}; 1 + 1.96 \cdot 0.2 / \sqrt{5}]$$

$$= \underline{[0.825; 1.175]}$$

d) 99% Konfidensinterval på μ : (1.96 erstattes af 2.58)

$$2 \Phi(x) - 1 = 0.99 \Leftrightarrow \Phi(x) = 0.995 \Rightarrow x = 2.58$$

$$[\bar{x} - 2.58 \sigma / \sqrt{n}; \bar{x} + 2.58 \sigma / \sqrt{n}]$$

$$= [0.769; 1.231]$$

Bemærk bredere interval for at være mere sikker på at den sande værdi ligger deri.

Øvelse 2 (Nok i fejlen)

estimat på middelværdi efter n målinger

estimat på variansspredning efter n målinger

n	$\bar{X}$	S_v
3	164,50933	0,00152
4	164,50875	0,00171
5	164,50900	0,00158
6	164,50933	0,00149
7	164,51043	0,00326
8	164,51037	0,00302
9	164,5078	0,00306
10	164,51100	0,00298

altså $S_v = 0,003 = 30^{cc}$

estimat for variansspredning

R_1, R_2 : uafhængige stokastiske variable, der beskriver 2 rettingsmålinger

$V = R_2 - R_1$: tilhørende variabel

$$\sigma_v^2 = V(V) = V(R_2 - R_1) = V(R_2) + (-1)^2 V(R_1) = 2 \sigma_R^2$$

$$\Leftrightarrow \sigma_R^2 = \frac{\sigma_v^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sigma_R = \frac{\sigma_v}{\sqrt{2}}$$

altså estimat for rettingsspredning

$$S_R = \frac{S_v}{\sqrt{2}} \approx \underline{\underline{21^{cc}}}$$